Untersuchungen zum Lambertschen Cosinusgesetz an feingepulverten Stoffen

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der
Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Eberhard-Karls-Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
REINER HAMM
aus Bautzen

1969

Untersuchungen zum Lambertschen Cosinusgesetz an feingepulverten Stoffen

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der
Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Eberhard-Karls-Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
Reiner H a m m
aus Bautzen
1969

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der mündlichen Prüfung: 9.Januar 1969

D e k a n : Professor Dr. H. B l u m e

1.Berichterstatter: Professor Dr. G. K o r t ü m

2.Berichterstatter: Professor Dr. H. M a u s e r

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Tübingen ausgeführt.
Seinem Leiter, meinem hochverehrten Lehrer

Herrn Professor Dr. G. K o r t ü m

möchte ich für seine Unterstützung mit wertvollen Ratschlägen und Anregungen und für das stete Interesse, das er der Arbeit entgegenbrachte, an dieser Stelle herzlich danken.

Der D e u t s c h e n F o r s c h u n g s g e m e i n s c h a f t danke ich dafür, daß sie mir durch ihre finanzielle Unterstützung die Ausführung dieser Arbeit ermöglicht hat.

Inhaltsverzeichnis Seite

Kapitel I: Einführung in das Problem .....
1. Lichtreflexion an einer ebenen Phasengrenzfläche 1
2. Lambertsches Cosinusgesetz 3
3. Bouguersche Elementarspiegelhypothese und Fresnelsche Formeln 5
4. Problemstellung 7
5. Frühere Messungen an nichtabsorbierenden Stoffen oder an absorbierenden Stoffen außerhalb des Absorptionsgebietes 9
6. Frühere Messungen an absorbierenden Stoffen im Absorptionsgebiet 14
7. Versuche zur theoretischen Deutung der diffusen Reflexion 15

Kapitel II: Meßapparatur und Meßverfahren
8. Meßapparatur 19
9. Meßverfahren und Meßgenauigkeit 22
10. Auswahl der Pulversubstanzen zur Herstellung der Meßproben 23
11. Darstellung der Meßgröße 25

Kapitel III: Messungen an Weißstandardpulvern .....
12. Herstellung der Meßproben 27
13. Diskussion der Meßergebnisse im Einzelnen 51
A. Messungen an Bariumsulfat 51
B. Messungen an Rutil 56
C. Messungen an Magnesiumoxid 68
D. Messungen an Aerosil 73
14. Diskussion der Meßergebnisse im Zusammenhang ... 80
15. Theoretische Deutung der Meßergebnisse 88
15.1. Deutung der Glanzspitzen mit Hilfe der Bouguerschen Elementarspiegel-Hypothese 88
15.2. Berechnung einer regulären relativen Flächenhelligkeit nach der Bouguerschen Elementarspiegel-Hypothese 89

15.3. Vergleich der nach der Bouguer-Hypothese berechneten regulären relativen Flächenhelligkeit mit der gemessenen relativen Flächenhelligkeit 104
15.4. Deutung der Diskrepanzen zwischen den berechneten G-Funktionen und der gemessenen relativen Flächenhelligkeit 107
15.5. Deutung der regulären Remissionsanteile bei Aerosilpulver 114
16. Prüfung des v.Seeliger-Lommel-Gesetzes 115
17. Zusammenfassung der Ergebnisse für Weißstandards . 119

Kapitel IV: Messungen an absorbierenden Stoffen .....
18. Herstellung der Meßproben 122
19. Meßgenauigkeit 123
20. Diskussion der Meßergebnisse im Einzelnen 125
E. Messungen an Kupfersulfat 125
F. Messungen an Kaliumchromat 125
G. Messungen an Chromalaun 138
H. Messungen an Naphtolgelb auf Aerosil 140
21. Diskussion der Meßergebnisse im Zusammenhang 141
22. Theoretische Deutung der Meßergebnisse 142
23. Zusammenfassung der Ergebnisse für absorbierende Stoffe 144

24. Schlußresultat 146

Kapitel I

Einführung in das Problem

1. Lichtreflexion an einer ebenen Phasengrenzfläche.

Trifft ein paralleles Strahlenbündel auf eine ebene Grenzfläche zweier Medien, wobei das vom Licht zuerst durchlaufene Medium das optisch dünnere sei, so wird es in zwei Anteile zerlegt; ein Teil wird ins optisch dünnere Medium reflektiert, der andere Teil ins optisch dichtere Medium hineingebrochen. Das Verhältnis beider Anteile hängt entscheidend vom Streuvermögen des optisch dichteren Mediums ab. Zeigt dieses Medium keine Streuabsorption, so lassen sich beide Anteile für beliebige Einfallsrichtung α nach den Fresnelschen Formeln berechnen. Das Snelliussche Reflexionsgesetz sagt aus, daß in diesem Fall der reflektierte Lichtanteil nur in eine einzige Richtung reflektiert wird, nämlich in die Richtung, die mit dem Einfallslot denselben Winkel bildet wie der einfallende Strahl, und die das Azimut $\varphi = 180^{\circ}$ besitzt. Man spricht daher von gerichteter oder regulärer Reflexion. Quantitativ ergibt sich der reflektierte Strahlungsanteil aus den Fresnelschen Formeln.
Zeigt das nichtstreuende zweite Medium außerdem keine Photoabsorption bei der Wellenlänge des eingestrahlten Lichtes, so sind die Fresnelschen Formeln reell; das Reflexionsvermögen für senkrechte Incidenz und Beobachtung ist in diesem Fall verhältnismäßig gering. Zeigt dieses Medium dagegen Photoabsorption, so sind die Fresnelschen Formeln wegen der komplex anzusetzenden Brechzahl komplex. Das Reflexionsvermögen für senkrechte Incidenz und Beobachtung wird beträchtlich, wenn der Absorptionsindex groß ist. Dies bedeutet, daß wenig Strahlung ins zweite Medium eindringt und daher ist die Absorption gering. Ein solches Verhalten zeigen zum Beispiel schwarzes Glas oder auch Metallspiegel im gesamten sichtbaren Spektralbereich.

Schwierige und noch nicht eindeutig gelöste Probleme treten bei der Reflexion an streuenden Medien auf. Zeigt der betreffende Stoff nur Streuabsorption und keine Photoabsorption im sichtbaren Spektralbereich, so erscheint er weiß und undurchsichtig, wie z.B. Papier oder weiße Pulver. Bei

geringen Schichtdicken lassen solche Stoffe noch etwas Licht durch, sie sind dann durchscheinend. Ab einer bestimmten Schichtdicke wird die Durchlässigkeit dagegen praktisch Null, der gesamte auftreffende Lichtstrom wird reflektiert.

Undurchsichtig in großen Schichten sind auch streuende Stoffe, die entweder selektiv oder gleichmäßig im sichtbaren Spektralbereich photoabsorbieren, wie z.B. farbige oder schwarze Pulver (z.B.Ruß). Die kritische Schichtdicke, von der an die Durchlässigkeit praktisch Null wird, ist dabei geringer als bei einem weißen Stoff mit gleichem Streuvermögen. Bei diesen farbigen oder schwarzen streuenden Stoffen ist allerdings der reflektierte Lichtanteil gering, wenn der Absorptionsindex groß ist, und das Absorptionsvermögen ist groß.

Die Reflexion ist bei streuenden Medien nicht mehr gerichtet; das Snelliussche Reflexionsgesetz trifft nicht mehr zu. Die Strahlung wird vielmehr in alle Raumwinkelelemente des Halbraums reflektiert, aus dem das Licht parallel einfällt. Man nennt diese Art der Reflexion "diffus".

Für die Winkelverteilung der reflektierten Strahlung hat H. Lambert[1] ein Gesetz angegeben, wonach die reflektierte Strahlungsleistung pro Flächeneinheit dem Cosinus des Beobachtungswinkels ϑ proportional und winkelisotrop bezüglich des Azimuts φ sein soll. Eine Fläche konstanter Größe sollte also zwar in alle Richtungen des Halbraumes, aber bevorzugt in Richtung der Flächennormalen reflektieren.

Glättet man die Oberfläche eines an sich streuenden Körpers, so wird diese Oberfläche glänzend, und die diffuse Reflexion geht in eine reguläre Reflexion über. Der Übergang erfolgt dabei graduell, d.h. man erhält bei mäßig glatten Oberflächen gemischte Reflexion. Rauht man die Oberfläche eines an sich nicht streuenden Körpers, etwa die Oberfläche einer Glasplatte, auf, so geht die reguläre Reflexion in die diffuse Reflexion über. Man erhält auch hier wieder gemischte Reflexion. Welche Reflexionsart vorherrscht, hängt also von

---

1) H.Lambert, Photometrie, Augsburg 1760

der Glätte der reflektierenden Oberfläche ab: Glänzende,d.h. glatte Oberflächen reflektieren vorwiegend regulär, matte Oberflächen, d.h. Oberflächen mit feinen Rauhigkeiten, dagegen vorwiegend diffus. Reguläre und diffuse Reflexion werden unter dem neutralen Begriff "Remission" zusammengefaßt.

2. Lambertsches Cosinusgesetz.

Für die Strahlungsleistung pro Flächeneinheit $\frac{dI}{df}$, die eine matte beleuchtete Oberfläche df in ein gegen die Flächennormale um den Winkel ϑ geneigtes Raumwinkelelement $d\omega$ emittiert, machte H. Lambert folgenden Ansatz:

$$\frac{dI}{df} = B \cos\vartheta \cdot d\omega \qquad (1)$$

Als Strahlungsleistung dI wird die Energie bezeichnet, die pro Zeiteinheit auf eine Fläche df auftrifft oder von einer Fläche df emittiert wird:

$$dI = \frac{dE}{dt} \qquad (2)$$

Die Größe $\frac{dI}{df} = \frac{dE}{df\,dt}$ wird als Intensität bezeichnet.

Nach dem Lambertschen Emanationsgesetz (1) ist die von der Flächeneinheit in die Raumwinkeleinheit emittierte Strahlungsleistung proportional zum Cosinus des Beobachtungswinkels ϑ. Der Proportionalitätsfaktor B heißt Flächenhelligkeit oder Strahlungsdichte; nach Lambert soll diese Strahlungsdichte winkelisotrop bezüglich Beobachtungswinkel ϑ und Azimutwinkel φ sein.

In cartesischen Koordinaten sollte B, gegen ϑ aufgetragen, parallel zur Abszisse verlaufen. Im Polardiagramm sollte sich dagegen ein Halbkreis über dem Bezugspunkt ergeben, wenn man nur in der Einfallsebene mißt. Mißt man dagegen im gesamten oberen Halbraum, so sollte sich wegen der Winkelisotropie bezüglich des Azimuts eine Halbkugel über dem Bezugspunkt ergeben.
Dagegen ist die von der Flächeneinheit in die Raumwinkeleinheit emittierte Strahlungsleistung selbst winkelisotrop nur bezüglich des Azimutwinkels φ , nicht dagegen bezüglich

des Beobachtungswinkel ϑ . Im Polardiagramm sollte sich eine Vollkugel ergeben, welche die strahlende Oberfläche im Bezugspunkt tangiert. Man nennt die Polarkurve Indicatrix. Wegen der Isotropie bezüglich des Azimuts spricht man von zirkular diffuser Reflexion.

Aus (1) ergibt sich für die gesamte in den Halbraum emittierte Strahlungsleistung pro Flächeneinheit:

$$\frac{dI}{df} = \int_{\text{Halbraum}} B \cos\vartheta \; d\omega = \pi B \qquad (3)$$

Nach Lambert hängt die auf die Flächeneinheit einer bestrahlten Oberfläche auftreffende Strahlungsleistung vom Cosinus des Einfallswinkels α ab:

$$\frac{dI_{ein}}{df} = S_0 \cos\alpha \qquad (4)$$

Dabei ist S_0 die bei senkrechter Incidenz auf die Flächeneinheit auftreffende Strahlungsleistung.

Die integrale Ausstrahlungsstärke (3) muß proportional sein zur Bestrahlungsstärke (4):

$$\pi B = a \cdot S_0 \cos\alpha \qquad (5)$$

Man nennt den Proportionalitätsfaktor a das Albedo der bestrahlten Oberfläche. Aus (5) ist zu ersehen, daß die Flächenhelligkeit bezüglich des Beobachtungswinkels ϑ konstant ist. Aus (1) und (5) ergibt sich das Lambertsche Strahlungsgesetz in der bezüglich Einstrahlung und Beobachtung symmetrischen Form:

$$\frac{dI}{df\, d\omega} = \frac{aS_0}{\pi} \cos\alpha \cos\vartheta \qquad (6)$$

Von Seeliger[1] hat ebenfalls ein Gesetz für die von einer matten Oberfläche reflektierte Strahlung angegeben, das er sogar theoretisch begründet:

$$\frac{dI}{df\, d\omega} = \text{Const} \cdot \frac{\cos\alpha \cdot \cos\vartheta}{\cos\alpha + \cos\vartheta} \qquad (7)$$

---

1) R.von Seeliger, Münchener Akad.II Kl., Sitzungsbericht 18, 201 (1888)

Daraus ergibt sich eine mit dem Beobachtungswinkel ϑ anwachsende Flächenhelligkeit:

$$B = \text{Const} \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \cos\vartheta} \qquad (8)$$

Aus einer ganzen Reihe von Arbeiten geht hervor, daß das Lambertsche Gesetz die diffuse Reflexion an matten Oberflächen wesentlich besser beschreibt als das von Seeliger-Gesetz. Andererseits wurden aber auch Abweichungen vom Lambert-Gesetz gefunden (vgl. Abschnitt 4).

3. Bouguersche Elementarspiegelhypothese und Fresnelsche Formeln.

P. Bouguer[1] versuchte, die diffuse Reflexion als reguläre Reflexion an Elementarspiegeln zu deuten, die eine statistisch verteilte Orientierung gegenüber der Makrooberfläche besitzen. Der Bouguerschen Theorie haftet die Schwierigkeit an, daß die Verteilungsfunktion der Orientierungswinkel unbekannt ist und für jede individuelle Oberfläche verschieden sein dürfte. Speziell bei gepreßten Pulvern sind die Elementarspiegel mit den Oberflächen der Pulverkörner identifizierbar. Jedes einzelne Korn wird dabei als regulärer Reflektor angesehen, während die Makrooberfläche ein diffuser Reflektor ist.

Für die Reflexionskoeffizienten eines nicht absorbierenden Elementarspiegels ergeben sich nach Fresnel für parallel und senkrecht polarisiertes eingestrahltes Licht folgende Formeln:

$$\varrho_p = \frac{\sin(i-\beta)}{\sin(i+\beta)} \; ; \qquad \varrho_s = \frac{\operatorname{tg}(i-\beta)}{\operatorname{tg}(i+\beta)} \qquad (8)$$

Dabei ist i der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel und es gilt nach Snellius:

$$\sin\beta = \frac{\sin i}{n} \qquad (9)$$

ϱ ist das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Wellenamplitude. Die Größen ϱ_p^2 und ϱ_s^2 stellen also das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Intensität dar.

---

1) P. Bouguer, Traité d'optique sur la gradation de la lumière Paris 1760

Strahlt man natürliches Licht ein, so ergibt sich dieses Intensitätsverhältnis als Mittelwert gemäß

$$\rho^2 = \frac{1}{2}\,(\rho_p^2 + \rho_s^2)$$

zu
$$\rho^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-\beta)}{\sin^2(i+\beta)} + \frac{tg^2(i-\beta)}{tg^2(i+\beta)}\right] \qquad (10)$$

Für senkrechte Incidenz muß ρ^2 mit dem Reflexionsvermögen R identisch werden:

$$\lim_{i \to 0} \rho^2(i) = R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \qquad (11)$$

Wenn nach P. Bouguer die diffuse Reflexion auf reguläre Reflexion an Elementarspiegeln zurückführbar sein soll, so folgt daraus, daß sich ein Materialeinfluß bemerkbar machen muß, denn nach Relation (8) und (9) hängt dann die reflektierte Strahlung von der materialspezifischen Brechzahl ab.

Für einen photoabsorbierenden regulären Reflektor werden die Fresnelschen Formeln komplex, denn die Brechzahl ist in diesem Fall komplex anzusetzen:

$$\tilde{n} = n\,(1-i\kappa) \qquad (12)$$

Dabei ist n der reelle Brechungsindex und κ der Absorptionsindex. Die komplexe Brechzahl hat nach Gleichung (9) einen komplexen Brechungswinkel zur Folge, und damit werden auch die Reflexionskoeffizienten komplex.

Setzt man

$$(\tilde{n}^2 - \sin^2 i)^{1/2} = a - ib\,, \qquad (13)$$

so ergeben sich folgende Formeln:

$$|\rho_s|^2 = \frac{a^2+b^2-2a\cos i + \cos^2 i}{a^2+b^2+2a\cos i + \cos^2 i} \qquad (14)$$

$$|\rho_p|^2 = |\rho_s|^2\,\frac{a^2+b^2-2a\sin i\,tg\,i + \sin^2 i\,tg^2 i}{a^2+b^2+2a\sin i\,tg\,i + \sin^2 i\,tg^2 i}$$

Für senkrechte Incidenz und Beobachtung ergibt sich das Reflexionsvermögen zu

$$R = \frac{(n-1)^2 + n^2\kappa^2}{(n+1)^2 + n^2\kappa^2} \qquad (15)$$

Aus dieser Formel (15) ersieht man, daß das Reflexionsvermögen bei Stoffen mit hohem Absorptionskoeffizienten sehr groß wird, denn $\lim_{k \to \infty} R = 1$.

4. Problemstellung.

Die Gültigkeit des Lambertschen Cosinusgesetzes wird häufig bei weitergehenden Untersuchungen als gegeben vorausgesetzt. Hingewiesen sei hier nur auf die Kubelka-Munk-Theorie[1], wo eine ideal diffuse Beleuchtung der Probenoberfläche und eine ideal diffuse Streuverteilung im Innern der streuenden Substanz angenommen wird. Die experimentellen Untersuchungen zum Lambertschen Gesetz führten jedoch zu unterschiedlichen Ergebnissen. Teilweise wurde das Lambertsche Gesetz als gültig bezeichnet, so z.B. von H. Wright[2]; meistens jedoch wurden Abweichungen vom Lambert-Gesetz gefunden, vor allem für große Winkel. Untersucht wurden dabei vorwiegend nichtabsorbierende Stoffe oder absorbierende Stoffe außerhalb des Absorptionsgebietes. Nur G.J. Pokrowski[3] hat auch im Absorptionsbereich absorbierende Substanzen gemessen und dort größere Abweichungen vom Lambert-Gesetz gefunden als außerhalb.

Häufig wird behauptet, Lambert hätte sein Gesetz empirisch gefunden. Bekanntlich beobachtete Lambert eine weiße, von der Sonne beschienene Wand und stellte fest, daß sie unter allen Beobachtungsrichtungen merklich gleichhell erscheint. Es sei jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß schon Lambert selbst Abweichungen in der regulären Reflexionsrichtung festgestellt hat. Lambert hat sein Gesetz nicht theoretisch begründet; es ist jedoch bekannt, daß das Cosinus-Gesetz für die Emanation des ideal schwarzen Eigenstrahlers exakt gültig ist. Offenkundig hat H. Lambert eine

---

1) P. Kubelka und F. Munk, Z.techn.Phys. 12, 593 (1931)
2) H. Wright, Ann.Phys. (4) 1, 17 (1900)
3) G.J. Pokrowski, Z.Phys. 20, 358 (1923)

diffus reflektierende matte Oberfläche als Eigenstrahler behandelt. Nach W. Pohl[1] zeigt aber bereits ein nicht schwarzer Eigenstrahler Abweichungen vom Cosinusgesetz; daher ist nicht zu erwarten, daß für einen Reflektor keine Abweichungen auftreten. Aus neueren Überlegungen geht jedoch hervor, daß sich das Lambert-Gesetz mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre exakt für einen "ideal diffusen Reflektor" herleiten läßt.[2] Ein Reflektor wird dabei als ideal diffus definiert, wenn die Winkelverteilung der Streustrahlung unabhängig von der Einfallsrichtung ist.

Das Lambert-Gesetz ist also kein empirisches Gesetz, sondern ein rein theoretisches Gesetz für den ideal diffusen Reflektor. Es ist allerdings zu bezweifeln, daß es einen solch ideal diffusen Reflektor überhaupt gibt. In der Mehrzahl der bisherigen Untersuchungen wurden Abweichungen vom Lambert-Gesetz festgestellt; wie erwähnt hat aber vor allem H.Wright das Lambertsche Emanationsgesetz für die von ihm untersuchten Oberflächen von Pulverpreßlingen als streng gültig bezeichnet. Diese Oberflächen müssen also nahezu ideal diffuse Reflektoren gewesen sein.

Da offenbar die Frage nach der Gültigkeit des Lambert-Gesetzes bislang noch nicht endgültig geklärt ist, soll in vorliegender Arbeit mit Hilfe einer lichtelektrischen Methode speziell an feingepulverten Substanzen untersucht werden, ob und inwieweit Abweichungen vom Lambert-Gesetz auftreten.

---

1) W. Pohl, Einführung in die Physik, III, 54 Berlin 1941
2) H. Witte, unveröffentlicht

5. Frühere Messungen an nichtabsorbierenden Stoffen oder an absorbierenden Stoffen außerhalb des Absorptionsgebietes.

H. Wright[1] führte um 1900 Messungen an gepreßten Pulvern mit mittleren Korngrößen bis hinunter zu 2 μm aus. Dabei benützte er monochromatisches Licht und blieb bei farbigen Pulvern außerhalb des Absorptionsgebietes. Durch Pressen mit Stahlstempeln bei Drucken von $4 \cdot 10^3$ bis $20 \cdot 10^3$ at auf Unterlagen aus feinem Zeichenkarton stellte er weitgehend matte Pulverplatten her. Als Lichtquelle benützte er eine Bogenlampe, als Strahlungsempfänger ein Glansches Spektralphotometer. Seine Untersuchungen an Englisch Rot, Kaliumchromat, Zink-Grün, Ultramarinblau, kohlensaurem Magnesium und verschiedenen Gipsproben führten zu folgenden Resultaten:

1) Das Beleuchtungsgesetz ist nicht symmetrisch in bezug auf Einfallswinkel α und Beobachtungswinkel ϑ, im Widerspruch zum vollständigen Lambert-Gesetz.
2) Die von der Flächeneinheit in die Raumwinkeleinheit emittierte Strahlungsleistung ist proportional zu $\cos \vartheta$, d.h. das Lambertsche Gesetz gilt für "völlig matte Oberflächen" allgemein streng bezüglich der Ausstrahlung. Die Abweichungen betragen bei den gemessenen Proben maximal 2-3% und liegen damit gerade an der Grenze der Meßgenauigkeit, welche 2% beträgt. Dabei sind Fälle großer Einfallswinkel und gleichzeitig großer Beobachtungswinkel ausgeschlossen.
3) Die Beleuchtungsstärke ändert sich nicht proportional $\cos \alpha$, wie Lambert annimmt. Die Werte, die man bei konstanten Beobachtungswinkeln ϑ für variable Einfallswinkel α erhält, sind kleiner als die, die man nach dem Lambertschen Gesetz zu erwarten hat.
4) Infolge der Abweichungen vom $\cos \alpha$-Gesetz gilt das Lambertsche Gesamtgesetz nicht exakt, sondern es treten Abweichungen von 4,6% bis 10% auf.
5) Für $\alpha = 60^\circ$, $\vartheta = 60^\circ$ und $\alpha = 60^\circ$, $\vartheta = 80^\circ$ treten Maxima auf.
6) Das von Seeliger-Lommel-Gesetz erweist sich als nicht gültig.

---

1) H. Wright, Ann.Phys. (4), 1, 17 (1900)

Wright wies darauf hin, daß es zwei verschiedene Meßmethoden zur Prüfung des Lambertschen Gesetzes gibt:

1) Man kann die beobachtete Fläche konstant halten und den Querschnitt des zur Messung gelangenden Lichtstrahlenbündels proportional zu $\cos \vartheta$ verengen. Dann mißt man die vom Flächenelement df in den Raumwinkel $d\omega$ emittierte Strahlungsleistung. Die gemessene Größe wird dann nach Lambert mit wachsendem Winkel ϑ proportional zu $\cos \vartheta$ abnehmen.

2) Man benützt zur Messung eine variable Fläche $df = \frac{df_o}{\cos \vartheta}$, indem man den Querschnitt df_o des zur Messung gelangenden Lichtbündels konstant hält.

$$\frac{dI}{\frac{df_o}{\cos\vartheta}\, d\omega} = B \cos \vartheta \sim \frac{dI}{df_o\, d\omega} = B$$

Die gemessene Größe ist also proportional zur Flächenhelligkeit und sollte nach Lambert konstant, d.h. unabhängig vom Beobachtungswinkel ϑ sein. In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode II zur Messung verwandt.

G.J. Pokrowski und G.P. Woronkoff[1] führten 1924 eine Reihe von Messungen an weißen und gefärbten Alexandrit-Papieren sowie an Magnesiumoxid und an Ruß aus. Ihre Meßergebnisse für nicht absorbierende Stoffe zeigen Abweichungen vom Lambertschen Gesetz, die mit wachsendem Einfalls- und Beobachtungswinkel rasch größer werden. Für den Einfallswinkel $\alpha = 80^\circ$ gehorcht laut Pokrowski und Woronkoff die Remission an Magnesiumoxid nicht mehr dem Lambert-Gesetz; für weißes Alexandritpapier treten bereits starke Abweichungen für $\alpha = 45^\circ$ auf.

Einen Einfluß des Azimuts φ auf die Remission matter Oberflächen hat F. Thaler[2] festgestellt. Nach seinen Messungen wird das Licht bevorzugt unter dem Azimut $\varphi = 180^\circ$ remittiert also in "Vorwärtsrichtung". In einigen Fällen findet Thaler aber auch "Rückwärtsglanz", d.h. die Indicatrix ist unter $\varphi = 0^\circ$ in der Einfallsrichtung ausgebuchtet. In keinem Fall fand er eine bezüglich des Azimuts winkelisotrope Remission;

---

1) G.J. Pokrowski und G.P. Woronkoff, Z.Phys. 20, 358 (1923)
2) F. Thaler, Ann.Phys. (4), 11, 996 (1903)

unter den von ihm untersuchten Oberflächen befand sich kein ideal zirkular diffuser Reflektor,also kein idealer Lambert-Strahler.

F. Henning und W. Heuse[1] haben das Gesamtreflexionsvermögen und das Teilreflexionsvermögen von Magnesiumoxid mit Hilfe der sogenannten Rohrmethode untersucht. Zwischen Teilreflexionsvermögen $r(\vartheta)$ und Flächenhelligkeit $B(\vartheta)$ besteht die Beziehung

$$B(\vartheta) = \frac{J_{ein}}{\pi} r(\vartheta),$$

wobei J_{ein} die eingestrahlte Intensität ist. Für dieses nur für senkrechte Incidenz gemessene Teilreflexionsvermögen erhielten Henning und Heuse monoton fallende Kurven, die sie durch die Funktion $r(\vartheta) = r_o(1-A \sin^4 \frac{\vartheta}{2})$ analytisch darzustellen versuchten, indem sie r_o, das Teilreflexionsvermögen in Richtung der Flächennormalen, experimentell bestimmten und die Konstante A mittels Messungen bei schräger Beobachtung anpaßten.

In der vorliegenden Arbeit wurde für alle untersuchten Weißstandards und für farbige Pulver außerhalb der Absorption für senkrechte Incidenz ebenfalls ein Abfall der Flächenhelligkeit mit wachsendem Beobachtungswinkel festgestellt. Im Absorptionsgebiet farbiger Pulver wurde im Gegensatz hierzu ein Anstieg beobachtet. (Vgl.Abschnitt 21)

In neuerer Zeit hat W. Budde[2] Bariumsulfat auf seine Eignung als Weißstandard untersucht. Er verwandte allerdings ein Bindemittel, nämlich 1mg CMC (Carboxy-Methyl-Cellulose) auf 1g Bariumsulfat.

Zunächst hat W.Budde das Reflexionsvermögen als Funktion der Schichtdicke bei verschiedenen Wellenlängen gemessen und festgestellt, daß für Schichten dicker als 1 mm das Reflexionsvermögen unabhängig von der Schichtdicke wird. Außer dem absoluten Reflexionsvermögen bestimmte Budde auch das goniophotometrische Verhalten von Bariumsulfat-Oberflächen. Bei Einstrahlung unter 45^o beobachtete er das remittierte Licht im Winkelbereich von 0^o bis 80^o. Die

---

1) F. Henning und W. Heuse, Z.Phys. 10, 111 (1922)
2) W. Budde, J.opt.Soc. Am. 50, 217 (1960)

Bindemittelmenge hat erst ab 70° Einfluß auf den Verlauf der relativen Flächenhelligkeit; ab diesem Beobachtungswinkel beginnen die Kurven abzufallen.

Starke Abhängigkeit stellte W. Budde von der Art der Probenzubereitung und von der Korngröße fest. Rauhe Oberflächen ergaben fallende Kurven und diese waren schlecht reproduzierbar; glatte Oberflächen steigen bis etwa 70° an und fallen dann nach einem flachen Maximum; diese Kurven ließen sich gut reproduzieren. Für grobes Korn ergaben sich konstante bis fallende Kurven, für feines Korn eher etwas ansteigende Kurven; jedoch kann eine Änderung der Packungsdichte in dieser Hinsicht eine Umkehr bewirken.
Wesentlich weniger hängt nach W. Budde dagegen das Reflexionsvermögen von der Textur der Oberfläche ab. Allerdings sind Einflüsse von Korngröße, Korngrößenverteilung, Packungsdichte und Reinheitsgrad bemerkbar. Buddes Meßergebnisse für das Reflexionsvermögen von Bariumsulfat liegen zwischen 0,924 und 0,973, wobei der höhere Wert häufiger gemessen wurde.
Aus Messungen von Höfert und Loof[1] an gepreßtem und aufgerauchtem Magnesiumoxid geht hervor, daß die Flächenhelligkeit bei kleinen Einfallswinkeln eher fallenden, bei großen Einfallswinkeln eher steigenden Verlauf bezüglich des Beobachtungswinkels nimmt.

Für das Analogon der Wärmestrahlung (Infrarot) ist das Lambertsche Cosinusgesetz von de la Provostaye und Desains[2] und neuerdings von J.T. Agnew und Mc Quistan[3] untersucht worden. Dabei wurde nicht monochromatisch, sondern mit einem Kontinuum eingestrahlt. Während de la Provostaye und Desains Sonnenlicht benutzten, verwandten J.T. Agnew und Mc Quistan von der Strahlung eines Globar den Bereich 0,8 µm bis 20 µm. Bei einigen gesonderten Messungen schalteten sie mit einem Quarzfilter Wellenlängen größer als 4 µm aus.

---

1) H.J. Höfert und H. Loof, Die Farbe 13, 53 (1964)
2) de la Provostaye und P.Desains, Compt.rend. 24, 60 (1847)
3) J.T. Agnew und B.Mc Quistan, J.Opt.Soc.Am. 43,999 (1953)

De la Provostaye und Desains wollen für Bleichromat, Zinnober und mattes, geschwärztes Glas das Lambertsche Emanationsgesetz bestätigt gefunden haben, für Silberpulver dagegen soll auch reguläre Reflexion auftreten.

Die neueren Messungen von J.T. Agnew und Mc Quistan liefern allerdings deutlichere Informationen und zeigen beträchtliche Abweichungen vom Lambert-Gesetz für alle untersuchten Stoffe, wobei die Abweichungen vielfältiger Natur sind. Gemessen wurden Metalle, Halbmetalle und Nichtmetalle. Eingestrahlt wurde unter 45°, beobachtet im Winkelbereich von -70° bis $+75^{\circ}$.
Die aufgezeichneten Indicatrices zeigen, daß das Lambert-Gesetz für keine der untersuchten Proben erfüllt ist: Sie haben nicht die Form einer Kugel - im Querschnitt die Form eines Kreises - sondern sind für schräge Winkel ausgebuchtet, d.h. unter mittelgroßen Winkeln wird etwa gleichviel Intensität remittiert wie in Richtung der Flächennormalen. Für einige Proben sind die Indicatrices wenigstens symmetrisch zur Flächennormalen; diese Proben zeigen keinen Glanz; zu ihnen zählen Proben von Kochsalz und Schwefel. Bei anderen Proben sind die Indicatrices einseitig deformiert; sie zeigen Glanz unter dem regulären Reflexionswinkel und unter dem Azimut $\varphi = 180^{\circ}$, d.h. "Vorwärtsglanz"; so verhalten sich Proben von Aluminium, das mit einem Sandstrahlgebläse mattiert wurde, hartgepreßtes Germaniumpulver, grobkörniges Glas und Magnesiumcarbonat. Andere Proben zeigen dagegen "Rückwärtsglanz", also eine Ausbuchtung der Indicatrix unter dem Einfallswinkel (Azimut 0°); zu ihnen zählen Proben von Tellur-, Aluminium- und Messingpulver.

F. Thaler[1] hat an einer Gipsfläche einen entsprechenden "Rückwärtsglanz" für sichtbares Licht beobachtet.
Aus den Messungen von J.T. Agnew und Mc Quistan geht also eindeutig hervor, daß auch im Infrarot Abweichungen vom Lambertschen Gesetz beobachtet werden.

---

1) F. Thaler, Ann.Phys. (4), 11, 996 (1903)

6. Frühere Messungen an absorbierenden Stoffen im Absorptionsgebiet.

Wenn zur Prüfung des Lambertschen Cosinusgesetzes Stoffe herangezogen wurden, die im Sichtbaren selektiv absorbieren, so blieb man fast durchweg mit dem eingestrahlten monochromatischen Licht außerhalb des Absorptionsgebietes des betreffende Stoffes. Von Messungen im Absorptionsgebiet sind lediglich diejenigen von G.J. Pokrowski und G.P. Woronkoff[1] bekannt.

Dabei wurden mit Rhodamin B angefärbte Alexandrit-Papiere auß halb und innerhalb des Absorptionsgebietes untersucht. Außerha des Absorptionsgebietes (λ =650nm) sind die Abweichungen vom Lambert-Gesetz vergleichbar mit denen für ungefärbtes Alexand papier. Bedeutend größere Abweichungen treten dagegen innerha des Absorptionsgebietes auf (λ =550nm). Die Flächenhelligkeit steigt hier nicht nur wesentlich stärker mit dem Beobachtungs winkel an, sondern beginnt ihren Anstieg auch schon bei klein Beobachtungswinkeln.

Die Indicatrix für α =45° ist in regulärer Reflexionsrichtung ($\vartheta = \alpha$, γ=180°) stark ausgebuchtet; es tritt also Spiegelglanz auf; die Indicatrix für α=80° weicht extrem von der Lambert-Kugel ab und scheint nicht mehr geschlossen zu sein.
Ebenso treten für Ruß, der im Sichtbaren gleichmäßig absorbie starke Abweichungen vom Lambert-Gesetz auf.

Obwohl Pokrowski darauf hinweist, daß auch außerhalb der Abso tion und für nichtabsorbierende Stoffe (z.B.Magnesiumoxid) fü große Winkel beträchtliche Abweichungen vom Lambert-Gesetz au treten, behauptet er in derselben Arbeit, man erhielte für den Fall, daß der Absorptionsindex Null ist, Lambertsche Reflexion. Diese Aussage muß wohl relativ gewertet werden im Hinblick da rauf, daß die Abweichungen vom Lambert-Gesetz im Absorptionsg biet wesentlich eklatanter sind als außerhalb. Es entsteht die Frage, ob diese Verstärkung der Abweichungen vom Lambert-Geset im Absorptionsgebiet quantitativ auf eine Zunahme regulärer R flexionsanteile zurückgeführt werden kann, oder ob die Absorption selbst auf die Winkelverteilung der remittierten Strahlu Einfluß nimmt.

---

1) G.J.Pokrowski und G.P.Woronkoff, Z.Phys. 20, 358 (1923)

7. Versuche zur theoretischen Deutung der diffusen Reflexion.

P. Bouguer[1] hat als erster versucht, die diffuse Reflexion an makroskopischen matten Oberflächen theoretisch zu deuten. Wie schon erwähnt, versucht Bouguer, die diffuse Reflexion auf rein reguläre Reflexion an statistisch orientierten Elementarspiegeln zurückzuführen. Seiner Auffassung nach handelt es sich hierbei um einen reinen Oberflächeneffekt, eindringende und durch Streuung wieder zur Oberfläche zurückgelangende Strahlung wird außer Acht gelassen.

R.v.Seeliger[2] macht dagegen gerade diese aus der Tiefe zurückgestreute Strahlung für die diffuse Reflexion verantwortlich. Das von ihm und E. Lommel[3] abgeleitete Reflexionsgesetz impliziert eine mit wachsendem Beobachtungswinkel monoton zunehmende Flächenhelligkeit. Die bisherigen Untersuchungen sprechen gegen dieses v.Seeliger-Lommel-Gesetz. Die Unstimmigkeit mag damit zusammenhängen, daß v.Seeliger in seiner Theorie jene Strahlung vernachlässigt, die auf ein bestrahltes Volumelement dV von den benachbarten Volumelementen reflektiert wird.

Ähnliche Vorstellungen wie v.Seeliger und E.Lommel hat früher schon J.C.F. Zöllner[4] entwickelt, der seinerseits auf Betrachtungen von J.B. Fourier[5] zurückgriff.

Nach W.W. Barkas[6] soll eine makroskopische matte Oberfläche aus zwei Sorten von Elementarflächen bestehen, wovon eine regulär reflektiert und die andere diffus. Er zerlegt also das remittierte Licht in einen regulären und einen diffusen Anteil, wobei auch der diffuse Anteil im Unterschied zur Auffassung von v.Seeliger nicht durch Streuung aus tieferen Zonen, sondern genauso wie der reguläre Anteil aus einem nicht näher erläuterten Reflexionsprozess an der Oberfläche stammen soll. Gefundene Abweichungen vom Lambert-Gesetz sind auf den regulären Reflexionsanteil zurückzuführen.

---

1) P.Bouguer, Traitè d'optique sur la gradation de la lumière Paris 1760
2) R.v.Seeliger, Münchener Akad.II Kl.,Sitzungsbericht 18,201 (1888)
3) E.Lommel, Münchener Akad.II Kl.,Sitzungsbericht 17,95(1887)
4) J.C.F. Zöllner, Photometrische Untersuchungen, Leipzig 1865
5) J.B. Fourier, Ann.chem.phys. 4, 128 (1817)
6) W.W. Barkas, Proceed.phys.Soc. 51, 274 (1939)

G.J. Pokrowski[1] fand bei Messungen an Papieren und an MgO Abweichungen vom Lambert-Gesetz; um diese zu deuten, zerlegte er wie Barkas die remittierte Strahlungsleistung in einen regulären und in einen diffusen Anteil. Für die remittierte Strahlungsleistung pro Flächeneinheit macht er den Ansatz

$$J(\vartheta) = \frac{a}{2}\left[\frac{\sin^2(i-\beta)}{\sin^2(i+\beta)} + \frac{tg^2(i-\beta)}{tg^2(i+\beta)}\right] + b\cos\vartheta$$

Dabei ist i der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel an einem Elementarspiegel. Die Funktion

$$F(a,i,\beta) = \frac{a}{2}\left[\frac{\sin^2(i-\beta)}{\sin^2(i+\beta)} + \frac{tg^2(i-\beta)}{tg^2(i+\beta)}\right]$$

berücksichtigt dabei den regulär reflektierten Anteil, berechnet nach den Fresnelschen Formeln für natürlich eingestrahltes Licht. Nach Pokrowski soll a eine Konstante sein; er nimmt also eine Gleichverteilung der Elementarspiegel an. H. Schulz[2] hat dagegen gezeigt, daß a keine Konstante sein kann; dies bedeutet, daß die Elementarspiegel nach einer Verteilungsfunktion $f(\varepsilon) \neq$ const über die Orientierungswinkel ε verteilt sind.

Durch $F_1(b,\vartheta) = b\cos\vartheta$ soll dagegen der diffus remittierte Anteil wiedergegeben werden.

In einer späteren Arbeit addiert Pokrowski noch zwei weitere Anteile, womit er die Remission aus größeren Tiefen und die gegenseitige Abschirmung der Pulverkörner bei rauhen Oberflächen berücksichtigen will. Daraus ist zu schließen, daß er den diffusen Anteil $F_1(b,\vartheta)$ im Anschluß an die Barkas-Hypothese als von der Oberfläche stammend auffaßt.

Pokrowski definiert mit $\frac{J_\vartheta}{J_{\vartheta=0}\cos\vartheta} = \varepsilon$ die Größe $\varepsilon - 1$ als Abweichung vom Lambert-Gesetz. Für Magnesiumoxid findet er keine Abhängigkeit dieser Größe $\varepsilon - 1$ von der Wellenlänge (Messungen bei 550 nm und 650 nm).

---

1) G.J. Pokrowski, Z.Phys. 30, 66 (1923)

2) H. Schul , Z.Phys. 31, 496 (1925)

Die Bouguersche Elementarspiegelhypothese wird trotz der Nichtberücksichtigung der aus tieferen Zonen remittierten Strahlung immer wieder zur Deutung der "diffusen Reflexion" herangezogen, obwohl L. Grabowski[1] gezeigt hat, daß eine zirkular diffuse Reflexion, die dem Lambertschen Gesetz gehorcht, durch die Bouguersche Hypothese prinzipiell nicht erklärt werden kann, unabhängig davon, welche Verteilungsfunktion der Elementarspiegel man annimmt. Geht man nämlich von einer zirkular diffusen Reflexion, d.h. vom Lambertschen Gesetz aus, so führt die Bouguersche Hypothese auf eine Formel für den Reflexionskoeffizienten, die nicht die Fresnelsche ist und außerdem nach Grabowski physikalisch sinnlos ist, weil der Reflexionskoeffizient schon bei einem Winkel kleiner als 90° den Wert eins übersteigt. Grabowski schließt daraus, daß zirkular diffuse Reflexion in keinem Fall durch die Bouguersche Elementarspiegelhypothese erklärt werden kann. Damit ist aber die Bouguersche Hypothese nicht widerlegt, denn es ist fraglich, ob es zirkular diffuse Reflexion überhaupt gibt, d.h. ob das Lambertsche Gesetz von diffus reflektierenden Oberflächen überhaupt befolgt wird.

Unter Annahme verschiedener Verteilungsfunktionen der Bouguerschen Elementarspiegel berechnet E.M. Berry[2] die remittierte Strahlung matter Oberflächen und findet je nach gewählter Verteilungsfunktion unterschiedlich gute Übereinstimmung mit dem Lambert-Gesetz. Aus seinen Rechnungen schließt er, Grabowskis Ansicht über die Unvereinbarkeit von Lambert-Gesetz und Bouguer-Hypothese sei falsch. Er benutzt dabei die von Grabowski gefundene, aber abgelehnte Formel für den Reflexionskoeffizienten. Dies erscheint äußerst fragwürdig, denn es ist nicht einzusehen, daß die Fresnelschen Formeln nicht mehr gelten sollten, sofern die Voraussetzung erhalten bleibt, daß die Dimensionen der Elementarflächen genügend groß sind gegenüber der Wellenlänge.

Wie E.M. Berry hat auch W.A. Rense[3] als Verteilungsfunktion

---

1) L.Grabowski, Astrophys.J. 39, 299 (1914)
2) E.M. Berry, J.opt.Soc.Am. 7, 627 (1923)
3) W.A. Rense, J.opt.Soc.Am.40, 55 (1950)

eine Gauß-Funktion angenommen; seine Messungen mit polarisiertem Licht an angeätzten oder mattierten Gläsern stützen die Bouguersche Hypothese, wonach die diffuse Reflexion auf reguläre Reflexion an Elementarspiegeln zurückgeführt werden kann. Allerdings klammert sich W.A.Rense nicht an das Lambert-Gesetz, sondern wendet die Bouguersche Vorstellung auf die tatsächlich beobachtete diffuse Reflexion an, die nicht unbedingt dem Lambertschen Gesetz gehorchen muß.

In einer Reihe russischer Arbeiten wird die Depolarisation linear polarisierten Lichtes oder die Polarisation natürlichen Lichtes bei der Reflexion an matten Oberflächen untersucht, und zwar sowohl an nichtabsorbierenden Stoffen als auch an absorbierenden Stoffen innerhalb und außerhalb des Absorptionsgebietes. Aus Arbeiten von Pokrowski und Woronkoff[1], N. Umow[2], D. Chmyrow und N. Slatowratsky[3] geht hervor, daß linear polarisiertes eingestrahltes Licht bei Reflexion an nichtabsorbierenden Stoffen depolarisiert wird. Bei Reflexion an absorbierenden Stoffen tritt außerhalb des Absorptionsgebietes Depolarisation ein, innerhalb dagegen nicht. Natürliches eingestrahltes Licht bleibt bei Reflexion an matten Oberflächen nichtabsorbierender Stoffe natürlich, ebenso bei Reflexion an matten Oberflächen absorbierender Stoffe außerhalb des Absorptionsgebietes, wird aber bei letzteren innerhalb des Absorptionsgebietes polarisiert. Bekanntlich wird natürliches Licht bei regulärer Reflexion an nichtstreuenden Stoffen polarisiert, maximal bei Einfall unter dem Brewsterschen Winkel. Wenn also bei Reflexion an matten Oberflächen natürliches Licht polarisiert wird, dann läßt dies auf große reguläre Anteile an der gesamten remittierten Strahlung schließen. Dies ist offensichtlich bei der Reflexion an absorbierenden Stoffen innerhalb ihres Absorptionsgebietes der Fall. Umgekehrt läßt starke Depolarisation polarisiert eingestrahlten Lichtes auf geringe reguläre Reflexionsanteile schließen.

---

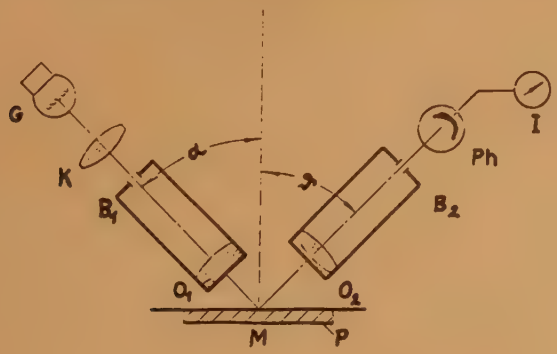
1) G.J. Pokrowski und G.P.Woronkoff, Z.Phys. 30, 139 (1924)
2) N. Umow, Physik.Z. 6, 674 (1905)
3) D.Chmyrow und N.Slatowratsky, Physik.Z. 7, 533 (1906)

Kapitel II

Meßapparatur und Meßverfahren

8. Meßapparatur.

Zur Goniophotometrischen Messung der Flächenhelligkeit wurde ein Gerät der Firma Carl Zeiss benutzt, wobei die als Empfänger dienende Photozelle durch einen Multiplier Ph ersetzt wurde. Dieses Goniophotometer arbeitet mit parallelem Licht und ist in Bezug auf Beleuchtungsoptik und Beobachtungsoptik symmetrisch. Als Lichtquelle dient eine 6V-Wolfram-Lampe, die die am Boden des Photometers angebrachte Probe P mittels eines Objektivs O_1 gleichmäßig beleuchtet. In der Brennebene des Objektivs O_1 befindet sich eine Blende B_1, auf die die Lichtquelle durch einen Kondensor K abgebildet wird. Blende B_1 und Objektiv O_1 bilden den Beleuchtungskollimator, der um den Mittelpunkt (M) der Probe geschwenkt werden kann, wodurch der Einfallswinkel α zwischen 0° und 68° variiert werden kann. Das von der Probe reflektierte Licht fällt in den gleichfalls um den Probenmittelpunkt schwenkbaren Beobachtungskollimator. Der Beobachtungswinkel kann ebenfalls zwischen 0° und 68° variiert werden. Da jedoch die beiden Kollimatoren wegen sterischer Behinderung einen toten Winkel von 36° einschließen, kann bei senkrechter Incidenz erst ab $\vartheta = 36^\circ$ beobachtet und bei $\vartheta = 0$ erst ab $\alpha = 36^\circ$ eingestrahlt werden.



Figur 1 Schema des Goniophotometers
G Lichtquelle K Kondensor B_1O_1 Beleuchtungskollimator B_2O_2 Beobachtungskollimator P Probe Ph Photomultiplier I Anzeigegerät

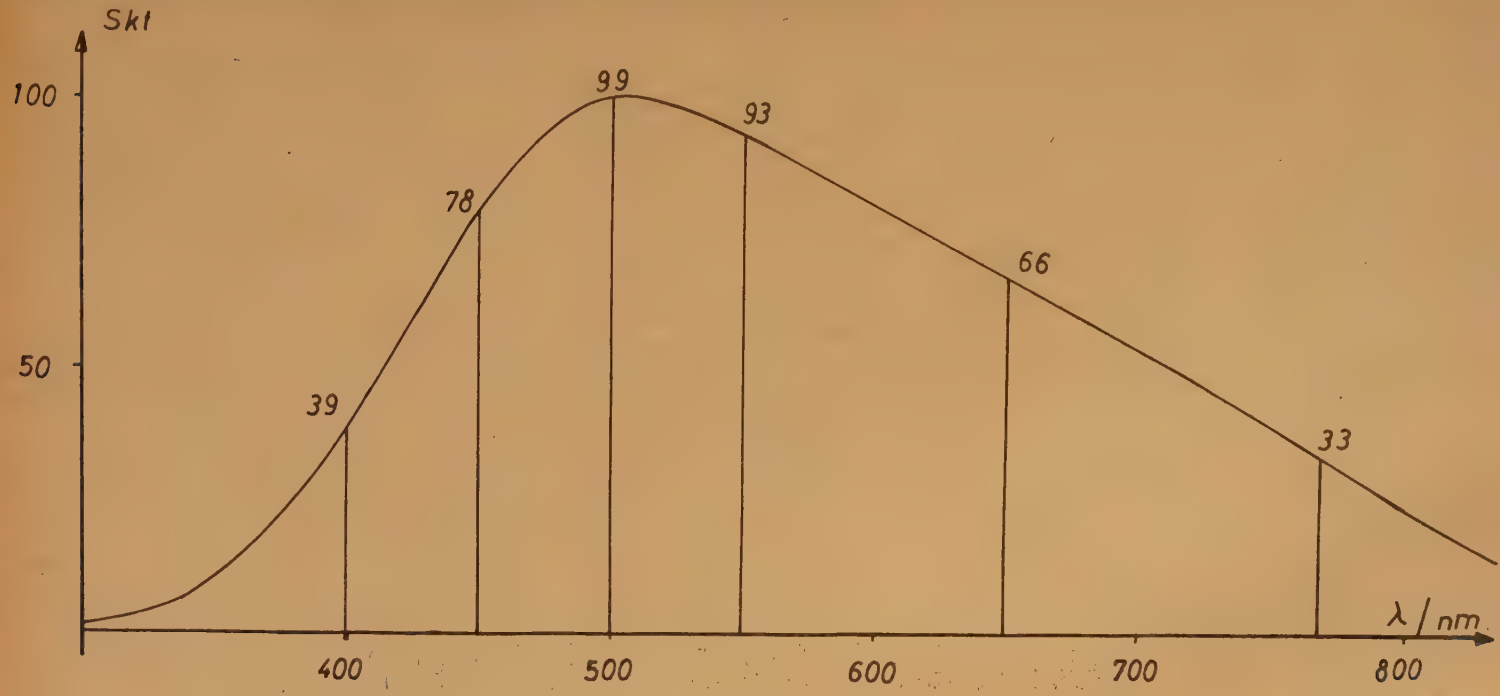


Abb. 1 Spektrale Empfindlichkeit der Meßapparatur, d.h. der Kombination Multiplier/Wolframlampe, gemessen über die Reflexion eines MgO - Standards am Zeiss-Gerät PQM II. Spaltbreite 0,1
Der Maximalausschlag bei λ = 505 nm entspricht 100 Skalenteilen.

Der Multiplier vom Typ J der Firma Maurer kann mit dem Beobachtungskollimator mitgeschwenkt werden. Er ist im gesamten sichtbaren Spektralbereich genügend empfindlich; ein spektrales Ansprechvermögen in bezug auf die benützte Wolfram-Glühlampe ist in Abbildung 1 dargestellt.
Der Photostrom wird in einem Zeiss-Gleichstrom-Anzeigegerät verstärkt und gemessen; dieses Gerät liefert zugleich die Spannungsversorgung von Multiplier und Lampe. Die Eingangsspannung wird durch einen Siemens-Spannungskonstanthalter auf 1% stabilisiert. Mit Hilfe von Interferenzfiltern der Firma Balzers wird monochromatisch eingestrahlt. Das jeweilige Filter wird in geeigneter Halterung im Innern des Beleuchtungskollimators unmittelbar vor das Objektiv in den Strahlengang eingesetzt.

Bei senkrechter Incidenz hat das beleuchtete Feld auf der Probe die Form eines Kreises. Eine vor dem Kondensor liegende Lochblende wird durch eine Feldlinse auf die Probe abgebildet, wodurch das Leuchtfeld scharf begrenzt ist, wenigstens bei senkrechter Incidenz. Eine entsprechende Lochblende ist im Beobachtungskollimator unmittelbar vor dem Multiplier-Fenster angebracht; diese Blende, auf die die Probe durch eine Feldlinse abgebildet wird, ist etwas kleiner als das Bild des Leuchtfeldes, so daß mit Sicherheit nur der beleuchtete Teil der Probe gemessen wird.

Bei schrägem Lichteinfall wird der Leuchtfleck elliptisch. Die Probe sitzt in richtiger Höhe, wenn sich die Ellipse bei Vergrößerung des Einfallswinkels symmetrisch zur Probenmitte ausdehnt. Die Ausleuchtung der Probenoberfläche wurde auf Homogenität geprüft. Es zeigte sich, daß Abweichungen bezüglich der großen Ellipsenachse linear sind, sodaß sie sich herausmitteln. Nachgeprüft wurde ferner die Linearität des Multipliers in Kombination mit dem Zeiss-Anzeigegerät nach dem Zusatzlichtverfahren nach Hansen. Die Anzeige stellte sich als linear heraus, Abweichungen lagen unter 1 % . Schließlich wurde sichergestellt, daß auch für senkrechte Incidenz und Beobachtung unter $\vartheta = 68^{\circ}$ der elliptische Meßfleck ganz innerhalb des (kreisförmigen) beleuchteten Feldes liegt.

9. Meßverfahren und Meßgenauigkeit.

Die Flächenhelligkeit wurde nicht absolut, sondern relativ zu einem Bezugswert gemessen:

$$B_{rel} = 100 \frac{B(\alpha, \vartheta)}{B(0^o/45^o)}$$

Als Bezugswert wurde die Flächenhelligkeit für $\alpha = 0^o$ und $\vartheta = 45^o$ gewählt, sie entspricht also 100 %. Die Einstellung des Galvanometers auf den Nullpunkt (ausgeschaltete Lichtquelle) und auf diesen Bezugspunkt war mit einer maximalen Streuung von jeweils 0,2 Skalenteilen der 100 Teile umfassenden Skala möglich. Wenn die Flächenhelligkeit bei bestimmten Proben unter gewissen Winkelpaaren (α/ϑ) den Bezugswert 100 überstieg, mußte auf die volle Ausnutzung der Skala verzichtet werden. In diesen Fällen ergab sich aus einer Einstellgenauigkeit des Bezugswertes von 0,2 Skalenteilen ein etwas größerer Fehler; mußte im Extremfall auf die halbe Skala verzichtet werden (Bezugswert 50 Skalenteile), so betrug der Fehler der Bezugswerteinstellung 0,4 %. Die Messung wurde erst eine Stunde nach Einschaltung von Lampe und Anzeigegerät begonnen. Bei anfänglicher Einstellung des Bezugswertes auf 100 Skalenteile sank die Anzeige im Verlauf von 5 Stunden um etwa 0,5 Skalenteile. Um diesen Fehler zu vermeiden - die Ausmessung einer Probe dauert insgesamt etwa 2 Stunden für jedes Filter - wurde der Bezugspunkt vor jeder Einstellung des Einfallswinkels nachgeprüft und, wenn nötig, korrigiert.

Gemessen wurde bei konstantem Einfallswinkel in 5^o-Schritten von niedrigen zu hohen Beobachtungswinkeln und zurück. Die Abweichungen zwischen Hin- und Rückmessung betrugen im Mittel 0,6 % vom Bezugswert. Die angegebenen Werte sind Mittelwerte aus Hin- und Rückmessung. Die Ablesegenauigkeit betrug etwa 0,2 Skalenteile, der Ablesefehler ist also kleiner als der Fehler zwischen Hin- und Rückmessung.
In einigen Fällen wurden auch Messungen bei konstanten Beobachtungswinkeln und variablen Einfallswinkeln gemacht. Aus diesen Messungen wurden sodann Werte für gleiche Einfallswinkel aber variable Beobachtungswinkel zusammengetra-

gen und mit den Werten verglichen, die direkt bei konstanten Einfallswinkeln beobachtet wurden. Die Abweichungen lagen wiederum unter 1,0 % vom Bezugswert. Der Gesamtfehler der Messung kann also mit etwa 1% abgeschätzt werden.

10. Auswahl der Pulversubstanzen zur Herstellung der Meßproben.

In vorliegender Arbeit soll die Gültigkeit des Lambertschen Gesetzes bzw. eine Abweichung hiervon speziell an feingepulverten Substanzen untersucht werden. Da nach Pokrowski für weiße Pulver die geringsten Abweichungen zu erwarten sind, sollen zunächst einige als Weißstandard gebräuchliche Stoffe untersucht werden. Das diffuse Reflexionsvermögen der vier gewählten Stoffe Magnesiumoxid, Bariumsulfat, Rutil und Aerosil beträgt im ganzen Sichtbaren Bereich über 95%; d.h. diese Stoffe absorbieren im Sichtbaren praktisch nicht. Das durch Gleichung (11) gegebene reguläre Reflexionsvermögen ist für diese nichtabsorbierenden Stoffe dagegen verhältnismäßig gering und sehr unterschiedlich, da sich die vier gewählten Substanzen hinsichtlich ihrer Brechzahl stark unterscheiden. Für Rutil mit einer hohen Brechzahl $n \approx 3$ ergibt sich $R \approx 25\%$; für Aerosil ergibt sich dagegen wegen $n \approx 1{,}5$ ein reguläres Reflexionsvermögen von nur etwa 4%.
Um zu klären, inwieweit die Remission von der Art der Oberflächenherstellung abhängt, werden zunächst Proben aus ein und demselben Stoff, aber mit verschiedener Oberflächenglätte, gemessen. Um dagegen den Materialeinfluß aufzuklären, werden Proben aus verschiedenen Substanzen auf möglichst gleiche Art hergestellt und untersucht. Insbesondere soll auch festgestellt werden, ob bei Verkleinerung der mittleren Korngröße des Pulvers die Abweichungen vom Lambert-Gesetz geringer werden. Wählt man nämlich die mittlere Korngröße kleiner als die Wellenlänge des eingestrahlten Lichtes, so sind bezüglich eines Korns die Begriffe Reflexion, Brechung und Beugung nicht mehr trennbar und verschmelzen im Begriff "Streuung". In diesem Fall wird eine diffuse Reflexion an der makroskopischen Oberfläche erwartet. Darüber hinaus ist

in der Bouguerschen Vorstellung ein Elementarspiegel nicht mehr mit einem einzelnen Pulverkorn identifizierbar.

Unter den vier genannten Stoffen besitzt das Aerosil auf Grund seiner Herstellung eine mittlere Korngröße von wenigen Nanometern, die somit klein ist gegenüber der Wellenlänge λ = 400 nm. Es wäre daher zu erwarten, daß die Remission an einer geeignet hergestellten Aerosilprobe dem Lambert-Gesetz gehorcht. Alle Untersuchungen sollen unter dem Aspekt durchgeführt werden, herauszufinden, unter welchen Umständen eine Pulveroberfläche dem ideal diffusen Reflektor, d.h. dem Lambert-Strahler, am nächsten kommt.

Über absorbierende Stoffe liegen nur ganz wenig Messungen im Absorptionsgebiet vor. Nach Pokrowski sind bei gefärbtem Papier und bei Ruß die Abweichungen vom Lambert-Gesetz bedeutend größer als bei nichtabsorbierenden Stoffen. Um die diesbezüglichen Informationen zu erweitern, werden Messungen an einigen selektiv absorbierenden feingepulverten Stoffen vorgenommen. Ausgewählt wurden zu diesem Zweck blaues wasserhaltiges Kupfersulfat ($CuSO_4 \cdot 5\ H_2O$) mit einer Absorptionsbande im Roten sowie gelbes Kaliumchromat mit Absorptionsbanden am violetten Ende des Sichtbaren und im nahen UV. Chromalaun ($KCrSO_4 \cdot 12\ H_2O$) mit zwei Absorptionsbanden im Grünen und im Violetten wurde deshalb zur Messung ausgewählt, weil es kubisch kristallisiert und deshalb optisch isotrop ist. Sowohl bei Messungen als auch bei theoretischen Betrachtungen sind solch optisch isotrope Stoffe relativ einfach zu behandeln, weil auf räumliche Orientierungen keine Rücksicht genommen werden muß.

An Chromalaun sollen nämlich später die optischen Konstanten n und K gemessen werden, um mit Hilfe der Fresnelschen Formeln und einer plausibel gewählten Verteilungsfunktion für die Orientierungswinkel der Bouguerschen Elementarspiegel, oder doch wenigstens für eine - sicher nicht zutreffende - Gleichverteilung, den goniometrischen Verlauf der regulären Reflexionsanteile berechnen zu können. Da dieselben Berechnungen auch für nichtabsorbierende Stoffe durchge-

führt werden, kann durch Vergleich festgestellt werden, ob die Fresnelschen Kurven im Falle von Absorption soviel steiler ansteigen, wie dies den größeren Abweichungen von der goniometrischen Konstanz der Flächenhelligkeit entspricht. Schließlich werden noch Messungen an einem organischen Farbstoff, Naphtolgelb, ausgeführt, welcher in verschiedener Konzentration an Aerosil adsorbiert wurde. Bei gleicher Teilchenform und -größe und gleichem Streuvermögen kann dabei der Einfluß der Farbstoffkonzentration auf den goniometrischen Verlauf der Flächenhelligkeit untersucht werden.

11. Darstellung der Meßgröße.

Bei Gültigkeit des Lambertschen Gesetzes sollte die gemessene relative Flächenhelligkeit $B_{rel}(\alpha,\vartheta)=100\,\frac{B(\alpha,\vartheta)}{B(0,45^o)}$ bei Vergrößerung des Einfallswinkels α proportional $\cos\alpha$ abnehmen und vom Beobachtungswinkel ϑ unabhängig sein. Aus Gleichung (5) folgt nämlich

$$\frac{B(\alpha,\vartheta)}{B(0^o,45^o)} = \frac{\frac{aS_o}{\pi}\cos\alpha}{\frac{aS_o}{\pi}\cos 0^o} = \cos\alpha$$

$$B_{rel}(\alpha,\vartheta) = 100 \cdot \cos\alpha$$

Trägt man B_{rel} cartesisch gegen den Beobachtungswinkel α auf, so erhält man Parallelen zur Abszisse im Abstand $100 \cdot \cos\alpha$.
Dividiert man nun die gemessene Größe durch $\cos\alpha$, bezieht also auf konstante Bestrahlungsstärke, so erhält man für die reduzierte relative Flächenhelligkeit

$$B_{rel\ red} = \frac{B_{rel}}{\cos\alpha}$$

eine Parallele zur Abszisse im Abstand 100.

Im Falle strenger Gültigkeit des $\cos\vartheta$-Gesetzes dürfte sich bei Messung unter verschiedenen Einfallswinkeln α nur eine einzige Kurve für $B_{red\ rel}(\vartheta)$ ergeben. Bei zusätzlich strenger Gültigkeit des $\cos\vartheta$-Gesetzes müßte diese Kurve eine Parallele zur ϑ- Achse sein, und zwar

entsprechend der angewendeten Normierung die Parallele im Abstand 100.
Trägt man also die gemessenen $\frac{B_{rel}}{\cos\alpha}$ - Werte gegen ϑ auf, so stellen Abweichungen von der Konstanz Abweichungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz dar.
Erhält man für verschiedene Einfallswinkel α verschiedene $B_{red\ rel}$-Kurven, so liegen Abweichungen vom $\cos\alpha$ -Gesetz vor, und diese sind umso größer, je stärker die Kurven auffächern.
Die Abweichung vom Wert 100 stellt schließlich in jedem Meßpunkt die Gesamtabweichung vom Lambert-Wert dar.

Kapitel III

Messungen an Weißstandard-Pulvern

12. Herstellung der Meßproben.

a) Herkunft und Art der Pulver.

Es wurden folgende Pulver zu Proben verarbeitet:
Bariumsulfat, chemisch rein, von Merck
Magnesiumoxid, P.A., von Merck
Rutil, von Bayer, Werk Üerdingen
Besonders feines Rutil, von der Deutschen Titangesellschaft, Leverkusen
Aerosil, von Degussa; zwei Pulver mit den spezifischen Oberflächen 38 m^2/g und 106 m^2/g.

b) Vorbehandlung der Pulver.

Die beiden gröberen und hartkörnigeren Pulver Bariumsulfat und Rutil wurden durch Mahlen in einer Kugelmühle mit sechs Kugeln mechanisch zerkleinert. Bei einer Tourenzahl von 185 U/min betrug die Mahldauer etwa 14 Stunden. Diese Daten wurden gewählt, weil längere Mahldauer erfahrungsgemäß keine weitere Zerkleinerung ergibt, denn nach dieser Zeit stellt sich infolge der Tendenz der Bruchstücke zum Wiederzusammenkleben ein Mahlgleichgewicht ein.

Magnesiumoxid und Aerosil hatten bereits hinreichend kleine Teilchengröße, auf Mahlen konnte verzichtet werden, zumal speziell beim Aerosil ein Mahlprozeß infolge Zusammenbackens der Teilchen eher eine Vergröberung zur Folge gehabt hätte.

Anschließend wurden die Pulver getrocknet und durch Sieben fraktioniert. Bariumsulfat und Rutil wurden bei etwa 500°C rund 4 Stunden getrocknet und anschließend im Exikator abgekühlt. Magnesiumoxid und Aerosil, die offenbar leicht Wasser adsorbieren, wurden bei 600°C etwas länger getrocknet (einen Tag lang).

Während des Siebens in einem Siebsatz mit Netzen von 90 μm, 75 μm, 50 μm und 42 μm Maschenweite auf einer Rüttelmaschine neigten die Teilchen, offenbar durch Aufnahme von Luftfeuchtigkeit, erneut zum Zusammenkleben. Daher wurde möglichst rasch gesiebt, und hinterher wurden die Siebfraktionen erneut getrocknet und bis zu ihrer Verwendung zur Probenherstellung im Exikator aufbewahrt.

Magnesiumoxid fiel rasch und fast vollständig durch das Netz mit der kleinsten Maschenweite von 42 µm; die mittlere Korngröße lag also erheblich unter diesem Wert. Bei Aerosil wurde auf das Sieben von vornherein verzichtet.

Nach B. Honigmann[1] und J. Stabenow[2] besteht ein Pulver aus einer Mischung von Einzelkörnern, Aggregaten und Agglomeraten. Aggregate sind durch feste Zusammenlagerung von Einzelkörnern, bevorzugt längs deren Kristallwachstumsflächen, entstanden. Agglomerate sind dagegen mehr oder weniger lockere Anlagerungen von Aggregaten. Beim Mahlvorgang werden zunächst die "weichen" Agglomerate zerlegt; zur Zertrennung der Aggregate bedarf es erheblich mehr Mahlenergie.

Nach dem Mahlen beziehungsweise nach dem Siebprozeß können Aggregate und Einzelkörner erneut agglomerieren. Dabei sind die neuen Agglomerate im allgemeinen jedoch lockerer gebunden als diejenigen vor dem Mahlen und können durch geringen Druck zerteilt werden.
Diese Agglomerierung geschieht offenbar durch Ausbildung von Wasserstoffbrücken; sie ist materialspezifisch, wobei die Form der Einzelteilchen, vor allem aber auch die Adsorptionsfähigkeit für Wasser, eine Rolle spielt. Feuchtigkeit begünstigt zweifellos das Agglomerieren, weshalb die Pulver vor dem Sieben möglichst trocken sein sollten und der Siebvorgang so schnell ablaufen sollte, daß Aufnahme von Luftfeuchtigkeit möglichst minimal bleibt.

Die mittlere Teilchengröße der Siebfraktionen von Bariumsulfat und Rutil ist nur dann durch die Maschenweite der Siebnetze festgelegt, wenn dafür gesorgt ist, daß nach dem Sieben neu entstehende Agglomerate nicht zu fest werden. Als "Teilchen" sind dann praktisch nur die verbliebenen Aggregate und die Einzelkörner aufzufassen.

---

1) B.Honigmann, Ber.Bunsenges. phys.Chem. 71, 239 (1967)
2) J.Stabenow, Ber.Bunsenges. phys.Chem. 72, 374 (1968)

erstellung der Proben.

Probenteller hatte die Form eines langen Rechtecks mit
rundeten Ecken. Seine Tiefe betrug 6mm, doch wurde auch
gleichartiger Probenteller mit 12mm Tiefe verwendet.
Schichtdicke "unendlich", bei der die Durchlässigkeit
tisch Null ist, beträgt nach Messungen von W.Budde bei
umsulfat etwa 1mm. Diese Schichtdicke ist bei gröberen
ern etwas größer als bei feineren, gleiche Packungsdich-
orausgesetzt.
gewählte Probentellertiefe dürfte aber auf jeden Fall
eichend sein.

Probenoberfläche muß mit dem oberen Probentellerrand ab-
ießen, damit sie in der Brennweite der Goniometer-Objek-
liegt. Um dies zu erreichen, wurde vor allem für hart-
eßte Proben ein Probenteller-Aufsatz benützt, der nach
Preßen entfernt wurde.

erwähnt, wurden verschiedenartige Probenoberflächen er-
t. In einigen Fällen wurde das Pulver lose eingefüllt
mit einer Rasierklinge ebengestrichen. In einigen Fällen
e die Oberfläche durch Klopfen gegen eine Unterlage ein-
net. Bei vielen Proben wurde die Oberfläche durch Pressen
net, wozu ein blankpolierter Messingstempel in den Proben-
eraufsatz gedrückt wurde, entweder von Hand oder unter
r hydraulischen Presse. Legte man dabei ein Papierstück
chen Stempel und Pulver, so blieb die Oberfläche matt,
end sie ohne Papier glatt wurde und spiegelte. Wenn die
fläche ohne Papierzwischenlage mit Hilfe einer Glas-
te ebengedrückt wurde, dann ergab sich eine Oberfläche
elmäßiger Glätte.

Zwischenlegung von Papier erwies sich bei Aerosil als
nstig, weil beim Abziehen die Oberfläche wieder aufriß,
as Aerosil am Papier haftete, obwohl das Pulver trocken

ahl der Wellenlänge.

end bei Bariumsulfat, Rutil und Magnesiumoxid mit Licht
ler Wellenlänge $\lambda = 450 m\mu$ beleuchtet wurde, betrug die

Wellenlänge im Falle des Aerosil λ = 401 nm. Diese andere Wellenlänge wurde gewählt, weil beim mit Naphtolgelb angefärbten Aerosil, wegen der Absorptionsbande von Naphtolgelb bei 400 nm, ebenfalls bei dieser Wellenlänge gemessen wurde

Um den Einfluß der Wellenlänge auf die Abweichung vom Lambert-Gesetz nachzuprüfen, wurden auch einige Messungen bei 550 nm und 649 nm ausgeführt.

belle A1 Bariumsulfat, Probe 1, λ = 450 ηm

α /	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	K_2-K_L	$\Delta\alpha$
	-	-	-	-	-	94,5	93,3	93,3	92,4	91,4	92,0	- 7,2	3,1
	-	-	-	93,8	92,9	91,9	91,2	90,7	89,4	89,2	89,4	- 8,9	4,6
	-	-	-	92,3	91,3	90,2	89,7	88,8	87,3	87,0	87,3	-10,8	5,3
	-	96,4	93,6	-	90,1	89,3	88,7	87,9	86,6	86,2	85,9	-10,6	10,5
	-	96,2	93,2	90,5	-	88,6	87,8	87,3	85,6	85,6	85,2	-11,1	11,0
	100,0	95,9	93,0	90,3	89,1	-	87,7	87,1	85,4	85,4	85,2	-10,1	14,8
	100,0	95,8	92,9	90,2	89,1	88,1	-	87,0	85,4	85,2	85,2	-10,1	14,8
	100,0	95,7	92,9	90,0	89,0	87,7	87,7	-	85,3	85,4	85,2	-10,1	14,8
	100,0	95,6	92,6	89,8	88,6	87,6	87,4	87,0	-	86,0	86,1	- 9,9	14,0
	99,9	95,5	92,6	89,6	88,5	87,5	87,0	86,7	85,4	-	87,6	-10,0	14,5
	100,0	95,2	92,4	89,4	88,1	87,3	87,0	86,7	85,6	87,0	-	-10,0	14,4
K_L	0	-4,2	-7,1	-9,3	-10,4	-10,7	-11,3	-11,8	-13,1	-13,2	-13,1		11,1
Δ	0,1	1,2	1,2	4,4	4,8	7,2	6,3	6,6	7,0	6,2	6,8	4,7	

belle A1a Bariumsulfat, Probe 1, λ = 450 ηm

α /	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
	-	-	-	-	-	72,4	66,0	60,0	53,0	45,7	38,9
	-	-	-	-	77,0	71,4	65,1	59,1	52,1	45,3	38,3
	-	-	-	81,2	76,1	70,4	64,5	58,3	51,3	44,6	37,8
	-	-	-	80,5	75,3	69,6	64,0	57,7	50,8	44,0	37,2
	-	-	89,2	79,9	74,8	69,1	63,4	57,1	50,1	43,5	36,9
	-	-	88,5	79,4	74,3	68,6	63,0	56,9	50,0	43,3	36,5
	-	94,9	88,0	79,3	73,8	68,4	62,7	56,5	49,7	43,1	36,3
	-	94,7	87,6	78,4	73,7	67,9	62,1	56,1	49,1	42,8	36,0
	100,0	94,4	87,4	78,2	73,0	68,3	62,0	56,0	49,0	42,7	36,0
	100,0	94,3	87,3	78,1	73,0	67,5	62,9	55,9	49,0	42,6	36,0
	100,0	94,2	87,3	77,9	72,9	67,2	62,0	57,1	48,9	42,7	36,0
	100,0	94,1	87,0	77,8	72,6	67,1	61,8	55,9	51,9	43,0	36,4
	99,9	94,0	87,0	77,6	72,5	67,0	61,5	55,7	49,0	49,2	37,0
	100,0	93,8	86,8	77,4	72,2	66,9	61,5	55,7	49,1	43,5	52,0
	99,5	93,5	86,5	77,2	72,2	66,8	61,5	55,8	49,3	43,8	39,5
	100,0	98,5	94,0	86,6	81,9	76,6	70,7	64,3	57,4	50,0	42,3

Tabelle A2 Bariumsulfat, Probe 2, λ = 450 nm

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	Δα
0	–	–	–	–	–	94,3	94,0	92,9	92,9	92,6	90,6	3,7
5	–	–	–	–	95,1	93,9	93,9	92,7	92,4	92,2	90,2	4,9
10	–	–	–	95,4	94,5	93,5	93,3	92,4	92,0	92,0	89,9	5,5
15	–	–	–	95,1	94,1	93,2	93,1	92,4	92,0	92,0	90,4	4,7
20	–	–	96,2	94,9	94,1	93,2	93,2	92,4	92,4	92,2	90,6	4,3
25	–	–	95,9	94,9	94,2	93,1	93,8	92,4	92,9	92,6	91,1	4,8
30	–	97,5	95,8	95,4	94,4	93,2	94,0	92,7	93,4	93,4	92,0	5,5
35	–	97,5	95,9	95,1	94,7	93,7	94,5	93,3	94,0	94,0	92,8	4,7
40	100,0	97,5	96,0	95,5	94,7	94,5	94,9	93,7	94,8	94,8	94,4	6,3
45	100,0	97,7	96,2	95,7	95,1	94,4	96,3	94,7	95,9	96,0	95,4	5,3
50	100,0	97,7	96,7	95,8	95,3	94,8	96,2	96,8	96,8	97,6	97,5	4,7
55	100,0	97,7	96,7	96,0	95,7	95,3	96,6	96,3	101,1	99,0	99,6	4,7
60	100,0	97,5	96,7	96,1	96,2	95,6	97,3	97,1	99,4	110,0	103,4	7,8
65	99,3	97,5	96,6	96,4	96,4	96,5	98,4	98,3	101,1	104,0	135,8	7,6
68	99,0	97,1	96,6	96,8	96,8	96,6	99,0	99,6	102,9	106,0	111,7	15,1
Δϑ	0,7	0,4	0,9	1,9	2,7	3,5	5,9	7,2	10,9	14,0	21,8	

Tabelle A3 Bariumsulfat, Probe 3, λ = 450 nm

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	–	–	–	–	–	93,6	93,9	93,3	92,9	92,0	90,9
5	–	–	–	–	95,2	94,4	94,6	94,1	93,6	93,0	91,6
10	–	–	–	94,8	95,6	95,0	95,0	94,9	94,3	93,8	92,3
15	–	–	–	95,8	96,4	95,8	96,0	95,7	95,5	94,6	93,5
20	–	–	894	97,5	97,7	96,7	97,3	96,8	96,4	96,0	94,7
25	–	–	100,5	103,3	99,9	98,2	98,6	98,0	97,8	97,6	96,5
30	–	97,5	98,4	1420	106,6	100,5	100,1	99,7	99,2	98,8	97,3
35	–	98,3	98,5	103,7	1806	108,6	103,1	101,3	100,8	100,4	99,4
40	99,2	98,9	99,4	100,9	106,8	2376	113,8	105,5	103,7	102,6	101,0
45	100,0	99,6	100,0	101,2	103,3	110,3	3536	121,0	108,1	105,4	103,6
50	100,0	100,0	100,7	101,8	103,1	105,1	116,5	4512	130,4	112,0	107,7
55	100,0	100,0	100,8	101,8	103,1	104,3	108,2	124,5	8856	147,0	117,1
60	99,3	99,3	100,1	101,4	102,9	103,4	106,3	110,8	135,8	16000	177,5
65	97,1	97,4	97,9	99,3	100,8	101,4	103,9	106,1	112,8	156,4	–
68	95,0	95,2	95,8	97,0	98,5	99,2	101,5	103,9	107,7	124,8	295,8

elle A6 Bariumsulfat, Probe 6, λ = 450 nm

0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	$\Delta\alpha$
-	-	-	-	-	95,0	94,6	93,0	92,7	92,0	89,2	5,8
-	-	-	-	97,7	95,8	95,3	93,8	94,1	92,8	89,9	7,8
-	-	-	98,0	97,7	96,3	96,2	94,7	94,3	93,4	92,3	5,7
-	-	-	99,0	98,0	96,9	96,9	95,7	95,5	95,6	94,7	4,4
-	-	101,8	99,4	98,3	98,2	98,7	97,1	97,3	96,2	95,1	4,3
-	-	99,9	100,7	99,9	99,3	99,4	100,0	99,4	97,8	96,8	3,9
-	99,3	100,1	104,5	100,6	100,4	101,1	102,2	101,3	100,2	99,4	1,3
-	99,5	100,7	102,2	104,9	101,8	102,1	103,3	103,6	104,0	105,3	5,8
100,0	99,7	101,0	102,9	102,8	107,6	104,2	105,2	106,9	106,4	107,7	8,0
100,0	100,0	101,6	103,7	105,2	104,4	111,4	108,0	110,4	109,8	111,9	11,9
99,8	99,6	102,0	104,2	104,9	105,4	107,3	117,9	114,7	115,6	117,8	18,2
99,6	99,6	102,1	104,8	105,2	106,8	108,6	112,0	128,1	120,0	124,9	25,3
98,8	99,4	102,1	105,4	106,2	107,7	110,3	114,3	120,8	148,0	133,2	34,4
97,7	98,0	101,6	105,5	106,6	109,0	111,6	116,7	122,3	132,0	200,0	34,3
96,6	98,0	100,7	105,1	107,2	109,4	112,9	117,3	125,5	136,0	153,8	57,2
3,4	2,0	2,2	7,5	9,5	14,4	18,3	24,3	32,8	44,0	64,6	

elle A7 Bariumsulfat, Probe 7, λ = 450 nm

0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	$\Delta\alpha$
-	-	-	-	-	93,6	93,3	92,6	92,0	92,8	92,3	1,6
-	-	-	-	94,0	94,3	93,9	93,2	93,3	93,8	93,0	1,3
-	-	-	94,9	94,7	94,6	94,8	94,0	94,0	94,4	94,2	0,9
-	-	-	95,7	95,2	95,4	95,3	94,9	94,8	95,6	94,9	0,9
-	-	96,5	96,3	96,4	96,6	96,6	96,3	96,1	96,4	96,8	0,7
-	-	96,9	97,2	97,4	97,6	97,4	97,4	97,5	98,2	98,4	1,5
-	97,7	97,9	98,4	98,4	99,0	98,9	99,3	99,0	100,0	99,9	2,3
-	98,5	98,6	99,3	99,9	100,3	100,6	101,0	100,9	102,0	102,0	3,5
99,0	99,4	99,4	100,5	100,7	101,7	102,0	102,7	102,9	104,0	105,1	6,1
99,9	100,2	100,1	101,4	101,8	102,9	104,4	104,5	105,0	106,6	108,1	8,2
100,1	100,9	101,2	102,5	102,9	104,4	105,1	107,0	108,0	109,8	111,5	11,4
100,6	101,5	101,6	103,1	103,9	105,5	106,9	108,7	111,2	113,8	116,2	15,6
101,2	101,7	102,2	103,9	104,9	106,8	108,0	110,6	113,3	118,0	122,8	21,6
101,2	102,1	102,4	104,2	105,3	107,3	109,5	112,3	116,5	122,0	130,1	28,9
101,0	101,6	102,4	104,5	106,0	108,1	110,3	113,6	118,5	125,6	134,9	33,9
2,0	4,4	5,9	9,6	12,0	14,5	17,0	21,0	26,5	32,8	42,6	

	Tabelle C2				Tabelle C3a			Tabelle C3b		
ϑ/α	0	30	45	60	0	30	60	0	30	60
0	-	-	95,9	91,6	-	-	90,8	-	-	91,2
5	-	-	95,9	92,0	-	-	91,4	-	-	92,0
10	-	97,8	96,2	92,6	-	97,2	92,0	-	97,9	92,8
15	-	97,9	96,3	93,6	-	97,5	93,0	-	98,4	93,6
20	-	97,8	97,3	95,0	-	98,0	94,4	-	99,2	96,0
25	-	98,6	97,6	96,0	-	98,6	96,0	-	99,3	98,4
30	-	98,7	98,3	97,6	-	99,0	97,8	-	99,5	100,0
35	-	99,0	99,3	99,6	-	99,3	100,0	-	100,7	103,6
40	100,0	99,3	99,7	100,6	100,8	99,9	103,6	100,8	101,5	106,6
45	100,0	99,4	101,1	102,4	100,0	100,6	105,4	100,0	101,6	111,6
50	100,0	99,5	102,1	105,6	100,0	100,8	108,6	100,0	102,0	115,6
55	99,6	99,5	103,2	108,2	98,6	101,2	113,2	98,5	102,1	120,4
60	98,3	99,4	104,2	111,6	97,6	100,5	119,0	96,8	101,8	128,0
65	97,2	99,3	104,7	116,0	96,0	99,8	124,4	94,6	101,6	136,0
68	96,2	99,6	104,9	120,0	94,4	99,8	128,4	92,6	100,7	140,0

	Tabelle D1				Tabelle D2				Tabelle D4			
ϑ/α	0	30	45	60	0	30	45	60	0	30	45	
0	-	-	94,5	90,0	-	-	93,6	91,0	-	-	93,2	
5	-	-	94,9	90,4	-	-	93,3	91,0	-	-	93,2	
10	-	97,2	94,9	91,0	-	93,5	93,3	91,0	-	95,7	93,8	
15	-	97,5	95,3	91,4	-	93,5	93,3	92,0	-	95,8	94,2	
20	-	97,3	95,7	93,0	-	93,5	93,6	92,8	-	96,0	95,2	
25	-	97,7	96,6	94,8	-	93,5	94,6	94,0	-	97,0	96,0	
30	-	98,0	97,4	96,8	-	93,8	95,2	95,8	-	97,6	97,4	
35	-	98,3	99,4	100,0	-	94,5	96,2	97,8	-	98,2	99,0	1
40	100,7	99,1	101,1	103,6	100,0	94,7	97,4	100,0	100,0	99,0	101,3	1
45	100,0	99,4	102,7	108,0	100,0	95,8	100,3	102,6	100,0	100,2	104,1	1
50	99,1	99,7	105,1	112,6	99,7	96,1	100,3	106,2	99,9	100,8	106,1	1
55	98,2	100,1	106,8	118,2	99,0	96,7	102,1	110,6	99,4	101,7	108,9	1
60	97,0	100,2	109,2	126,0	98,0	97,0	104,4	115,6	98,5	102,7	111,6	1
65	95,0	100,5	112,4	135,4	97,0	97,5	106,1	120,0	97,3	102,9	114,4	1
68	94,0	101,6	116,0	143,6	97,0	98,2	107,8	124,0	97,0	103,2	116,3	1

Tabelle A4

0	30	45	60
-	-	93,3	92,0
-	-	92,3	91,0
-	95,6	91,2	90,0
-	94,7	90,5	89,4
-	93,9	89,8	89,2
-	93,9	89,2	88,8
-	153,0	89,2	88,8
-	92,6	89,1	89,4
100,8	92,0	89,8	90,0
100,0	91,8	157,0	90,6
99,1	91,3	90,2	91,6
98,4	91,1	89,9	93,6
97,5	90,6	89,8	170,0
96,2	90,1	89,8	95,6
95,3	89,5	89,7	95,6

Tabelle A5

0	30	45	60
-	-	96,0	91,8
-	-	94,8	90,6
-	97,0	93,3	89,8
-	95,8	93,1	88,8
-	94,8	91,9	88,4
-	94,7	91,6	88,4
-	93,5	90,8	88,4
-	93,0	90,7	88,4
100,5	92,4	90,5	88,4
100,0	92,4	90,5	88,6
99,0	92,3	90,5	89,2
98,0	91,6	90,5	89,8
96,9	91,2	90,2	90,6
95,5	90,5	89,8	91,8
94,4	88,7	89,1	92,0

Tabelle B1

0	30	45	60
-	-	91,9	90,6
-	-	90,2	88,8
-	92,7	88,4	87,6
-	91,6	87,0	85,8
-	90,9	86,0	85,6
-	90,3	85,8	85,2
-	92,5	85,1	85,2
-	89,6	85,1	85,2
100,0	89,3	85,4	84,8
100,0	89,1	91,9	85,2
100,0	89,1	85,4	85,8
100,0	88,9	85,1	89,0
99,8	88,7	85,1	120,8
99,5	88,3	84,9	92,6
99,0	88,1	84,9	91,2

Tabelle B3

0	30	45	60
-	-	96,7	92,0
-	-	96,6	92,0
-	97,1	96,3	92,0
-	96,8	96,3	91,8
-	96,7	96,3	92,0
-	96,8	96,4	92,2
-	97,0	96,6	92,6
-	96,7	97,2	93,2
100,1	96,7	97,9	94,5
99,9	96,7	98,9	96,0
99,5	96,5	98,9	98,4
98,5	96,4	99,0	100,8
97,8	95,6	99,0	104,0
96,2	94,7	99,0	106,8
94,4	93,3	99,0	108,0

Tabelle B4

0	30	45	60
-	-	98,7	96,0
-	-	95,9	93,8
-	97,7	93,6	92,0
-	95,4	91,8	90,2
-	93,4	90,2	88,6
-	92,0	89,2	88,2
-	90,2	88,0	87,6
-	89,4	87,4	87,2
101,9	88,0	86,4	86,4
100,0	87,5	85,4	86,2
98,0	86,1	85,1	86,2
96,0	85,5	84,9	86,8
94,7	84,3	84,9	87,4
93,6	83,1	84,1	88,0
92,0	82,7	83,9	88,0

Tabelle B6

0	30	45	60
-	-	96,6	96,0
-	-	96,2	96,2
-	97,1	95,7	96,0
-	96,8	95,7	96,0
-	96,8	95,7	96,0
-	96,8	95,7	96,2
-	96,8	95,7	96,2
-	96,5	95,7	96,4
100,3	96,2	95,9	96,8
100,0	96,1	96,3	98,4
100,0	95,7	96,2	99,8
99,3	95,1	96,2	101,4
98,0	94,7	96,2	104,8
96,4	94,2	96,2	108,4
96,0	94,2	96,7	112,0

Tabelle B 7

ϑ/α	0	30	45	60
0	-	-	95,1	92,0
5	-	-	94,3	91,4
10	-	95,3	93,8	91,2
15	-	94,9	93,6	90,6
20	-	94,8	93,5	90,2
25	-	94,8	93,2	90,2
30	-	94,7	93,1	90,2
35	-	94,6	92,9	90,0
40	100,0	94,2	92,5	90,0
45	100,0	93,6	92,1	90,0
50	99,9	93,2	91,9	90,0
55	99,2	92,5	91,4	90,0
60	98,7	91,8	90,8	90,2
65	97,6	91,0	90,5	91,0
68	97,0	90,1	90,4	91,6
$\Delta\vartheta$	3,0	5,2	4,7	2,0

Tabelle B 8

	0	30	45	60
	-	-	94,5	91,2
	-	-	93,6	90,6
	-	96,0	93,3	90,0
	-	95,8	93,1	89,8
	-	95,7	93,1	89,8
	-	95,7	92,8	89,8
	-	95,6	92,8	89,8
	-	95,4	92,5	89,8
	100,0	95,1	92,5	89,8
	99,9	94,8	92,3	90,0
	99,5	94,7	92,1	90,0
	99,1	94,1	91,9	90,8
	98,8	93,5	91,9	91,8
	98,2	92,6	91,6	92,6
	97,3	92,4	91,2	93,6
	2,7	3,6	3,3	3,6

le B2 Rutil, Probe 2, λ = 450 mm

0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65	$\Delta\alpha$
-	-	-	-	-	95,3	95,0	94,0	92,7	92,0	89,0	6,3
-	-	-	-	95,7	95,3	95,0	94,0	92,4	92,0	88,7	7,0
-	-	-	96,8	95,6	95,3	95,0	93,7	91,7	92,0	89,9	6,9
-	-	-	96,8	95,3	95,3	95,0	93,7	91,7	92,0	89,4	7,4
-	-	98,1	96,8	95,3	95,3	95,0	93,7	92,0	92,0	89,9	8,2
-	-	97,6	96,8	95,7	95,6	95,0	94,3	92,9	92,4	89,9	7,7
-	98,0	97,5	96,8	95,8	95,6	95,0	94,4	93,3	92,8	89,9	8,1
-	97,7	97,6	97,0	96,4	96,1	95,9	95,2	93,8	93,8	91,5	6,2
00,0	97,9	97,6	97,0	97,3	96,5	96,4	96,3	95,2	95,0	93,0	7,0
00,0	98,3	97,8	97,0	97,4	96,5	96,9	96,8	96,0	96,4	94,7	5,3
99,6	98,5	97,9	97,0	97,7	96,5	97,6	97,4	97,5	98,4	98,0	3,1
99,2	98,2	97,6	97,0	97,7	96,6	97,6	97,9	98,5	100,4	102,2	5,6
98,0	97,5	97,5	97,0	97,5	96,6	97,9	98,6	99,9	104,0	107,9	11,3
96,0	96,9	96,0	96,1	97,4	96,6	98,4	99,6	101,3	108,4	116,9	20,9
95,4	95,9	95,8	95,1	95,7	96,6	98,9	100,2	103,9	112,0	120,7	25,6
4,6	2,1	2,3	1,9	2,4	1,3	3,9	6,5	12,2	20,0	32,0	

belle B5 Rutil, Probe 5, λ = 450 mm

X 0	10	20	30	40	45	50	60	65	$\Delta\alpha$
-	-	-	-	97,3	93,8	93,8	88,0	87,6	9,7
-	-	-	-	94,5	91,6	91,2	86,0	85,0	9,5
-	-	-	95,1	92,7	89,8	89,0	83,4	82,8	12,3
-	-	-	92,8	90,6	87,4	87,4	81,0	80,9	11,9
-	-	97,1	91,2	88,8	85,3	86,2	79,6	80,0	11,6
-	-	95,0	89,8	87,1	84,6	84,3	78,6	79,0	16,4
-	98,2	93,3	88,0	86,0	82,3	83,5	76,4	78,6	21,8
-	97,1	91,7	86,6	84,9	81,7	81,8	75,8	76,9	21,3
101,6	95,5	90,0	85,5	84,7	80,9	80,9	75,0	76,2	26,6
100,0	94,0	89,4	84,5	83,2	80,0	80,7	74,2	76,2	25,8
98,0	93,3	88,3	83,5	82,1	79,2	80,9	74,2	76,2	23,8
96,6	91,7	87,3	82,9	81,2	77,9	80,1	75,4	77,6	21,2
95,5	90,1	85,1	81,5	80,8	77,2	78,4	76,0	78,6	-
93,6	88,5	83,4	80,5	78,9	76,4	77,8	75,6	80,9	18,0
92,6	87,5	83,0	80,1	78,9	76,4	77,8	75,6	80,5	17,0
9,0	10,7	12,0	15,0	18,4	17,4	16,0	13,8	11,4	

Tabelle C1 Magnesiumoxid, Probe 1, λ = 450 nm

ϑ/α	0	10	20	30	40	45	50	60	65	$\Delta\alpha$
0	–	–	–	–	96,7	96,2	96,5	94,2	93,0	3,7
5	–	–	–	–	97,0	96,2	96,5	95,2	93,2	3,8
10	–	–	–	98,2	97,0	96,6	96,8	95,8	94,2	4,0
15	–	–	–	98,6	97,8	97,3	97,2	96,0	95,1	3,5
20	–	–	99,8	99,1	98,7	97,9	98,8	97,4	96,8	2,3
25	–	–	100,0	99,2	99,2	98,7	99,6	99,4	98,9	0,9
30	–	99,5	100,0	99,3	99,5	99,4	100,2	100,2	100,3	0,9
35	–	99,5	100,0	99,5	100,0	100,3	102,0	103,2	103,4	3,9
40	100,0	99,5	100,0	99,9	101,6	101,8	103,0	104,8	105,5	6,0
45	100,0	99,3	100,1	100,7	102,1	102,5	105,2	108,0	109,3	10,0
50	100,0	99,1	100,1	101,4	103,3	104,3	106,3	111,6	113,6	14,5
55	99,8	98,7	100,0	101,6	104,4	105,5	108,9	115,6	118,8	20,1
60	98,3	97,9	100,0	101,6	105,1	107,5	111,4	120,0	126,4	28,5
65	97,6	97,5	99,7	101,6	106,5	109,2	112,9	123,4	135,4	–
68	96,6	97,1	99,0	101,6	107,0	110,3	115,1	128,8	142,0	45,4
$\Delta\vartheta$	3,4	2,4	1,0	3,4	10,3	14,1	18,6	34,6	49,0	

Tabelle D3 Aerosil, Probe 3, λ = 401 nm

ϑ/α	0	20	30	45	50	60	65	$\Delta\alpha$
0	–	–	–	95,6	94,1	92,6	88,7	6,9
5	–	–	–	95,0	94,0	91,8	88,7	6,3
10	–	–	97,6	94,0	93,0	91,4	88,7	8,9
15	–	–	96,9	93,5	92,6	91,4	88,7	8,2
20	–	97,4	96,1	92,9	92,6	91,4	88,7	8,7
25	–	96,8	95,8	92,8	92,4	91,4	89,0	7,8
30	–	96,3	95,7	92,8	92,6	92,6	90,9	5,4
35	–	95,7	94,8	93,3	93,0	93,2	91,1	4,6
40	100,2	95,1	94,7	93,8	93,5	94,4	92,8	7,4
45	100,0	95,2	94,3	93,8	93,7	94,6	93,2	6,8
50	99,9	94,6	94,1	93,6	94,9	95,4	94,7	6,3
55	98,8	94,0	93,9	93,8	95,4	98,0	98,0	5,0
60	97,7	93,2	93,5	94,0	96,3	100,8	100,3	6,9
65	96,3	92,5	93,5	95,2	98,6	103,4	107,4	–
68	95,5	92,4	93,3	96,2	99,6	106,0	110,0	17,6
$\Delta\vartheta$	4,7	5,0	4,3	2,6	7,2	14,6	21,3	

lle A7a Bariumsulfat, Probe 7, Einfluß der Wellenlänge

= 0° α = 0° α = 0° α = 30° α = 30° α = 30° α = 45° α = 45° α = 45° α = 60° α = 60° α = 60°

Dnm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm
-	-	-	-	-	-	66,0	66,7	64,0	46,4	45,8	44,3
-	-	-	-	-	-	66,4	67,0	64,4	46,9	46,0	44,5
-	-	-	82,2	83,7	80,2	67,0	67,4	65,6	47,2	46,2	45,4
-	-	-	82,9	83,9	81,0	67,4	68,0	66,0	47,8	46,9	45,9
-	-	-	83,4	84,4	81,5	68,3	68,4	66,6	48,2	47,8	46,4
-	-	-	84,2	85,2	82,8	68,9	69,4	67,8	49,1	48,2	47,8
-	-	-	85,2	86,1	83,7	69,9	70,3	68,8	50,0	49,3	48,5
-	-	-	86,0	86,5	85,0	71,1	71,3	70,0	51,0	50,1	50,0
99,0	99,8	98,3	87,0	87,7	86,7	72,1	72,2	71,6	52,0	51,6	51,6
99,9	100,0	100,0	87,8	88,2	87,8	73,8	73,8	72,5	53,3	52,5	52,8
00,1	100,6	100,4	88,8	89,2	89,0	74,3	74,2	74,4	54,9	54,2	54,6
00,6	101,0	101,6	89,3	89,7	90,2	75,6	75,8	76,0	56,9	56,2	57,6
01,2	100,6	101,7	90,0	90,0	91,5	76,4	76,2	77,6	59,0	58,4	60,0
01,2	100,0	101,6	90,2	90,0	91,7	77,4	77,6	78,4	61,0	60,6	62,8
01,0	99,8	100,8	90,5	90,0	91,7	78,0	77,8	79,6	62,8	62,2	64,4
	100,0			86,6			70,7			50,0	

lle B2a Rutil, Probe 2, Einfluß der Wellenlänge

= 0° α = 0° α = 0° α = 30° α = 30° α = 30° α = 45° α = 45° α = 45° α = 60° α = 60° α = 60°

Dnm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm	450nm	550nm	649nm
-	-	-	-	-	-	67,2	66,2	64,2	46,0	45,8	44,0
-	-	-	-	-	-	67,2	66,2	64,2	46,0	45,8	44,0
-	-	-	83,8	82,4	80,3	67,2	66,2	64,6	46,0	45,8	44,3
-	-	-	83,8	82,5	81,0	67,2	66,3	65,6	46,0	45,8	44,6
-	-	-	83,8	83,0	81,8	67,2	66,8	66,0	46,0	46,2	45,3
-	-	-	83,8	83,6	82,2	67,2	67,8	66,4	46,2	46,4	46,0
-	-	-	83,8	83,9	83,6	67,2	68,0	67,6	46,4	46,8	46,2
-	-	-	84,0	84,1	84,0	67,8	68,3	68,0	47,4	47,6	47,2
00,0	99,8	98,8	84,0	84,4	85,0	68,2	69,4	69,4	47,5	48,2	48,2
00,0	100,0	100,0	84,0	84,9	86,0	68,5	70,0	70,2	48,2	49,0	50,0
99,6	100,0	100,0	84,0	85,5	86,6	69,0	70,2	71,2	49,2	50,2	51,2
99,2	100,0	100,4	84,0	85,8	87,6	69,0	70,5	72,2	50,2	52,0	53,6
98,0	99,6	100,6	84,0	85,4	88,0	69,2	71,2	73,2	52,0	54,0	56,2
96,0	98,1	99,9	83,2	84,4	87,4	69,6	71,6	74,0	54,2	56,4	60,0
95,4	97,6	99,0	82,4	84,0	86,6	69,9	71,6	74,0	56,0	58,4	62,0
	100,0			86,6			70,7			50,0	

Tabelle D 5 Aerosil, Probe 5, λ = 401 nm

ϑ / α	0	20	30	45	50	60
0	-	-	-	92,8	91,8	90,8
5	-	-	-	92,8	91,8	90,8
10	-	-	95,3	92,9	91,9	91,0
15	-	-	95,3	93,1	91,9	91,0
17,5	-	96,8	-	-	-	-
20	-	123,8	95,5	93,8	92,6	92,0
22,5	-	97,2	-	-	-	-
25	-	96,2	96,4	94,2	93,2	93,2
27,5	-	-	96,8	-	-	-
30	-	96,2	138,9	95,5	94,7	94,2
32,5	-	-	99,3	-	-	-
35	-	96,2	98,2	96,9	96,0	96,2
40	99,5	97,4	98,4	99,6	97,9	98,6
42,5	-	-	-	105,2	-	-
45	100,0	98,1	99,3	247,5	101,4	102,0
47,5	-	-	-	113,1	111,2	-
50	100,3	98,8	100,0	105,4	388,9	106,0
52,5	-	-	-	-	127,6	-
55	100,4	99,1	100,9	104,7	110,9	117,8
57,5	-	-	-	-	-	154,8
60	100,1	99,2	101,5	106,2	108,3	1200,0
62,5	-	-	-	-	-	184,0
65	99,9	99,0	101,6	107,5	109,1	146,0
68	99,2	98,8	101,6	107,5	109,5	130,6

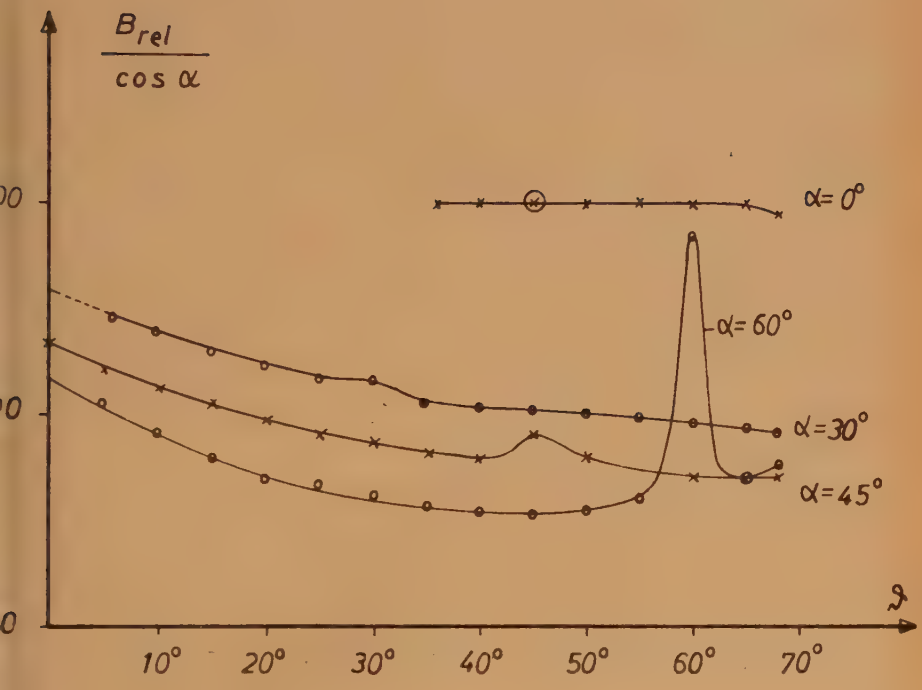


Abbildung A1 Bariumsulfat-Probe 1
Der Bezugswert $B_{rel\ red}(0/45)$ ist hervorgehoben.

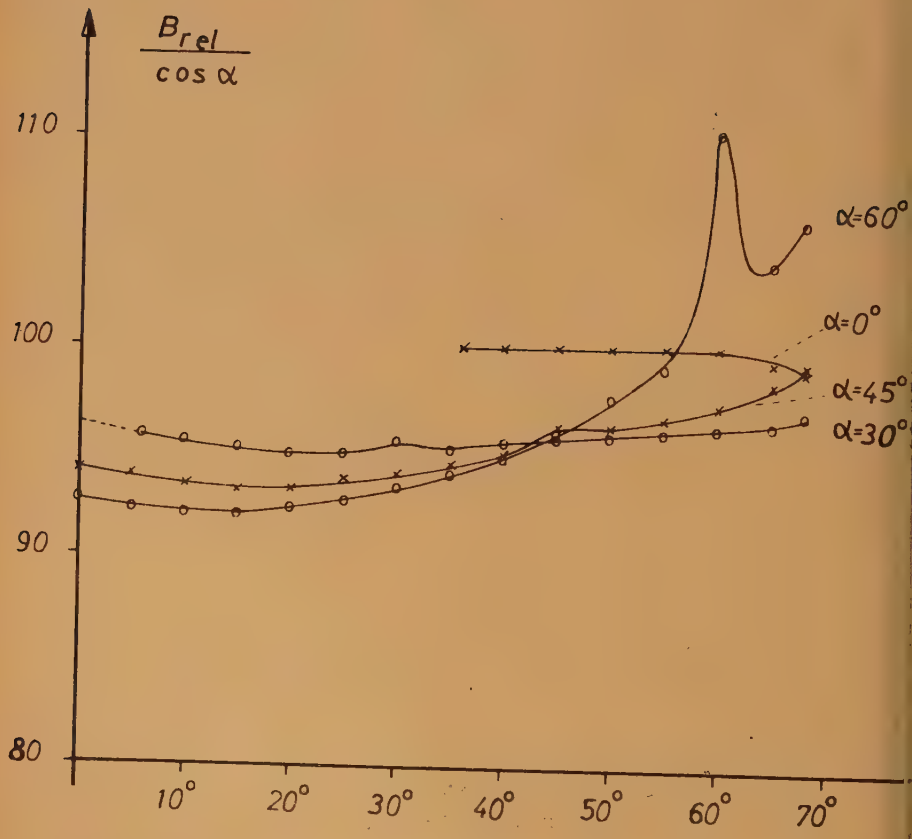


Abbildung A2 Bariumsulfat-Probe 2

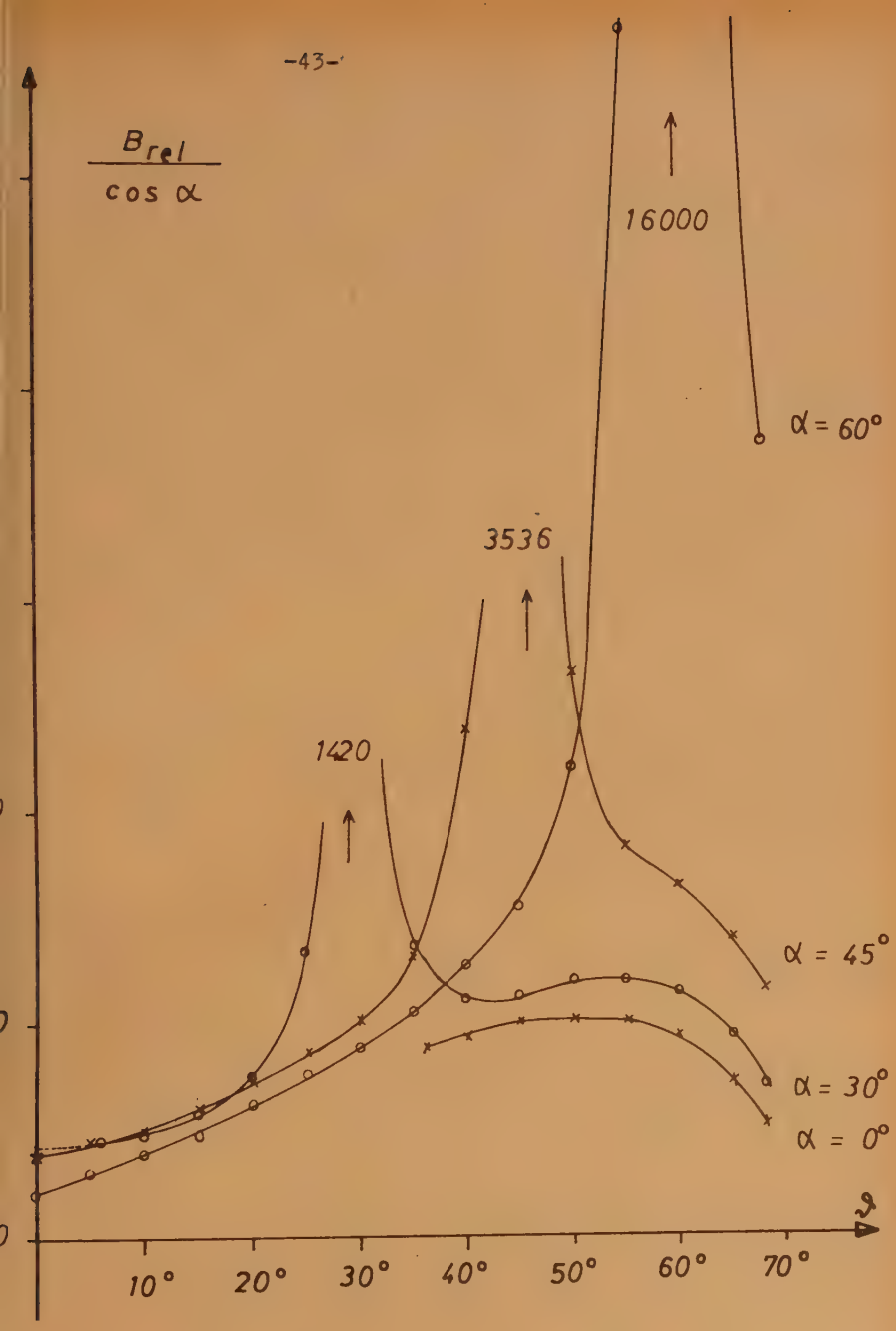


Abbildung A3 Bariumsulfat- Probe 3

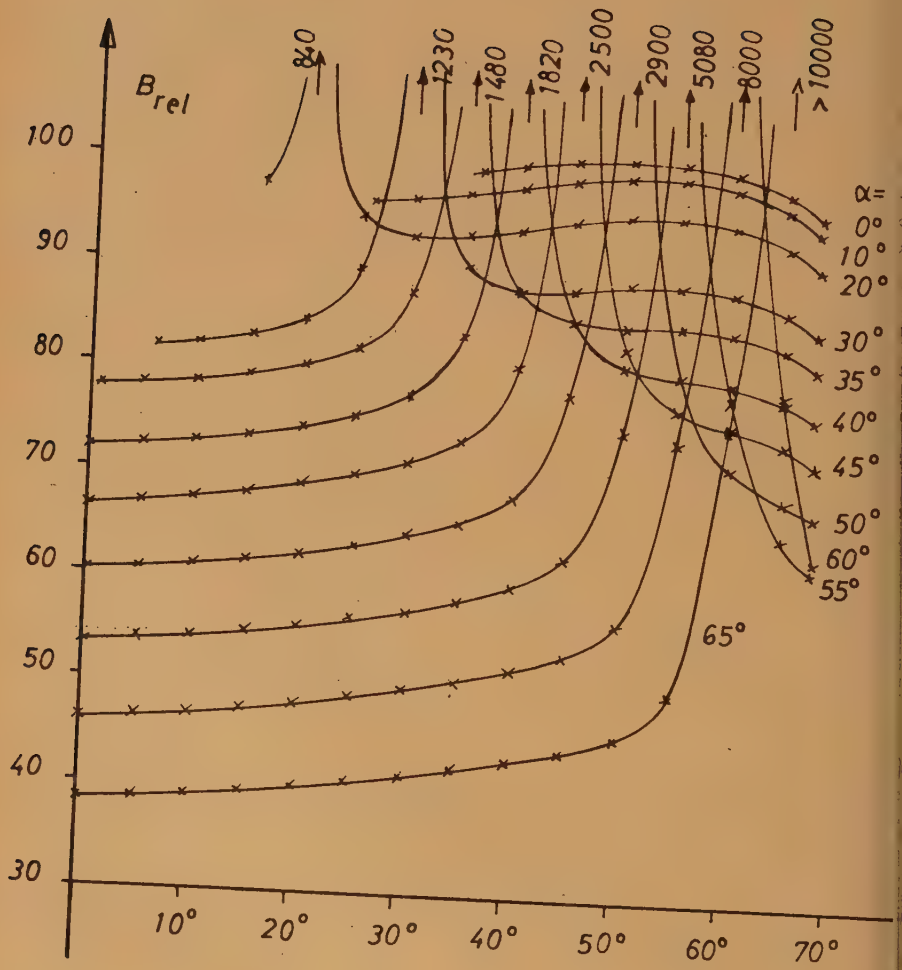


Abbildung A3a Relative Flächenhelligkeit der Bariumsulfat-Probe 3

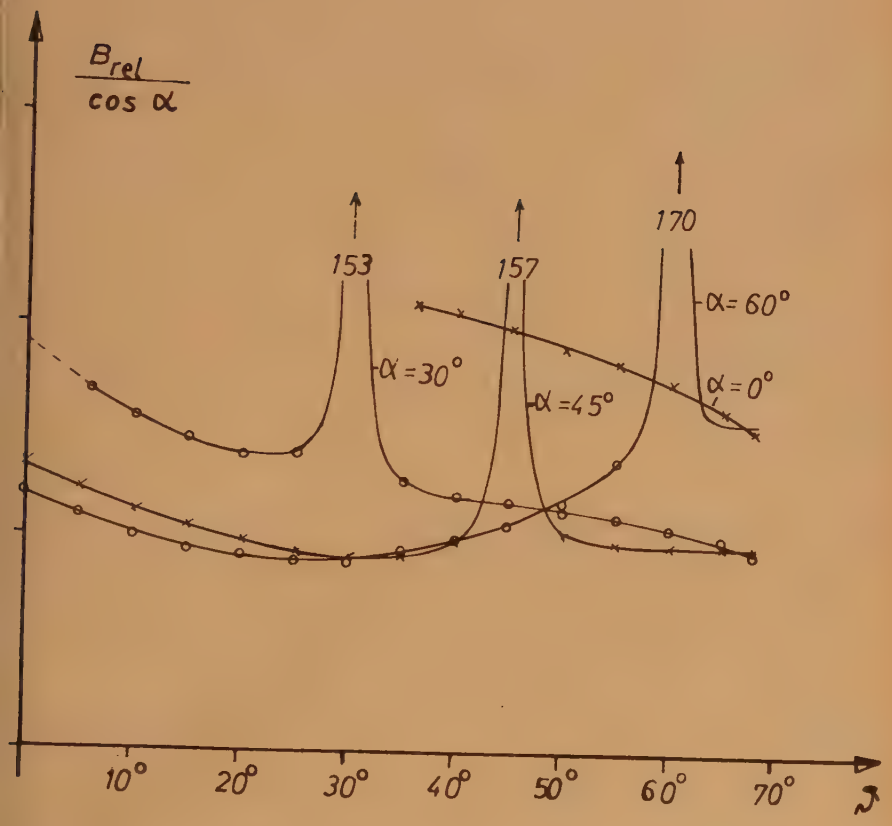


Abbildung A4 Bariumsulfat-Probe 4

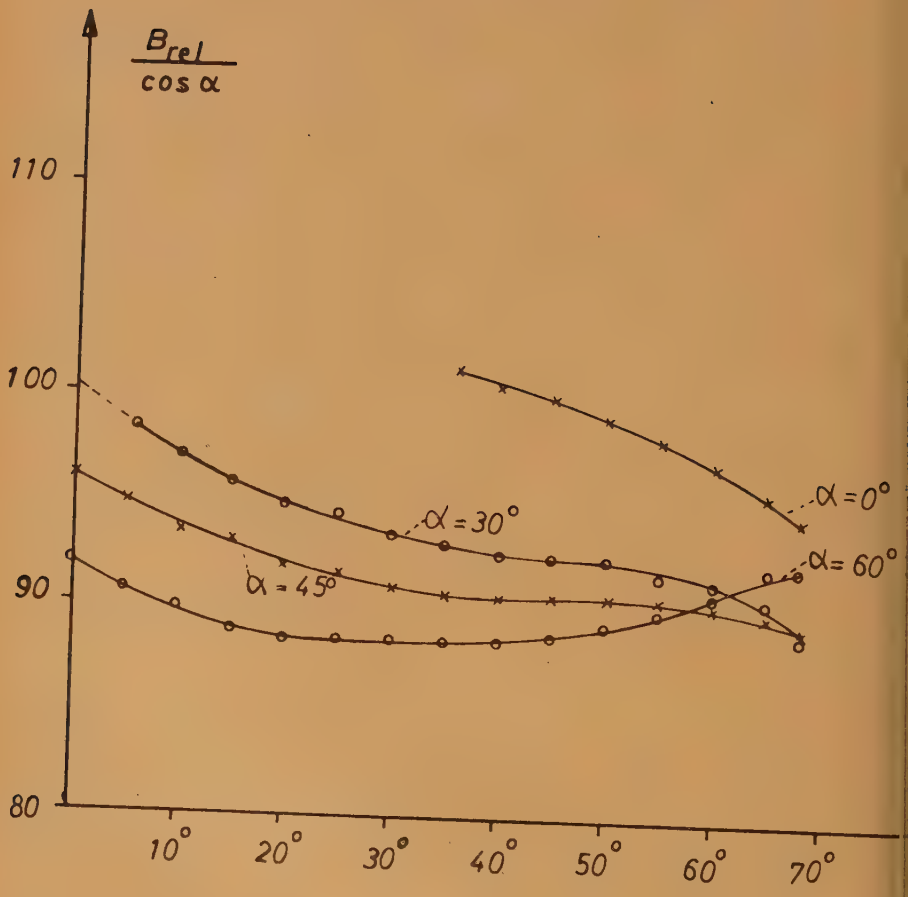


Abbildung A5 Bariumsulfat-Probe 5

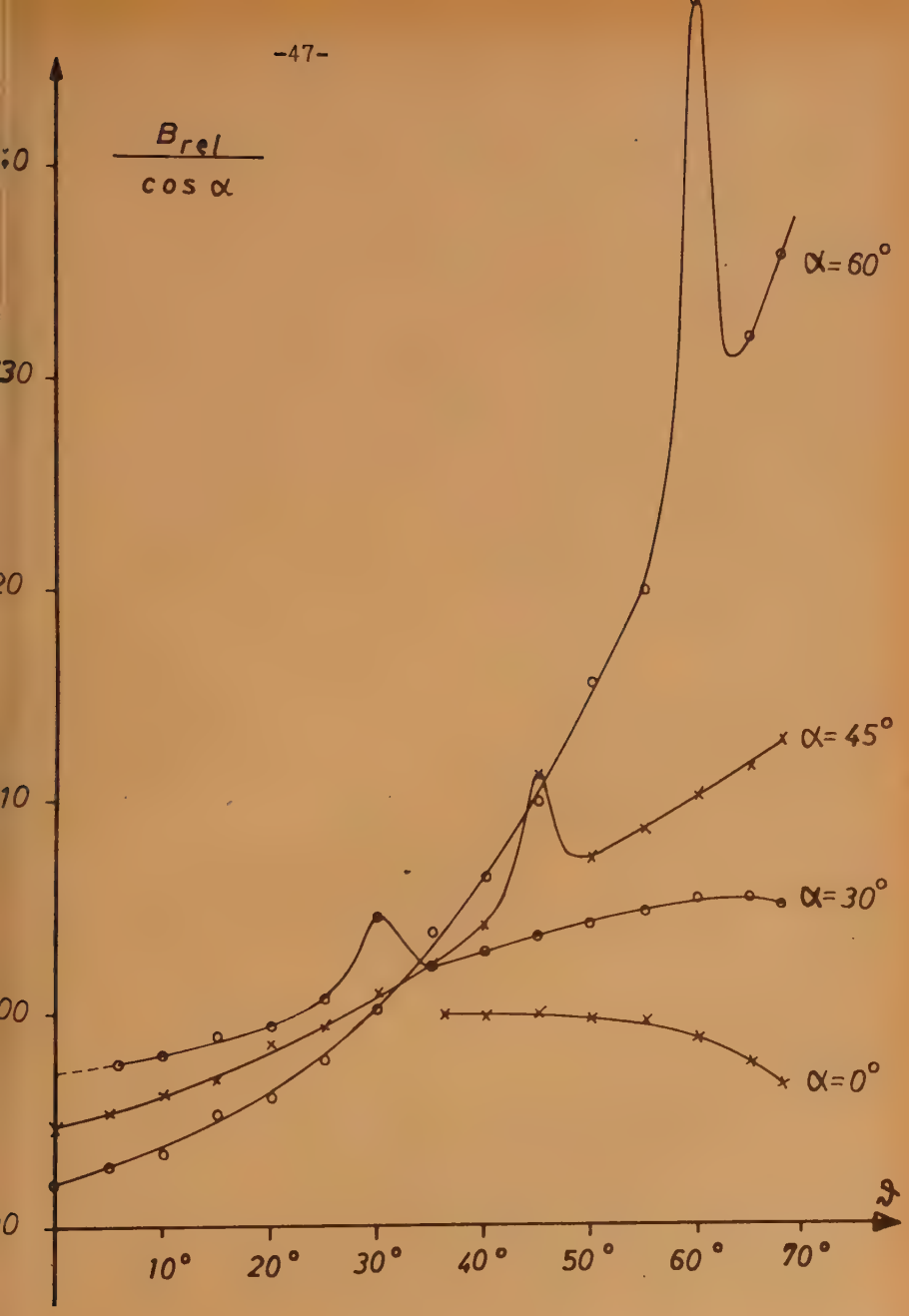


Abbildung A6 Bariumsulfat-Probe 6

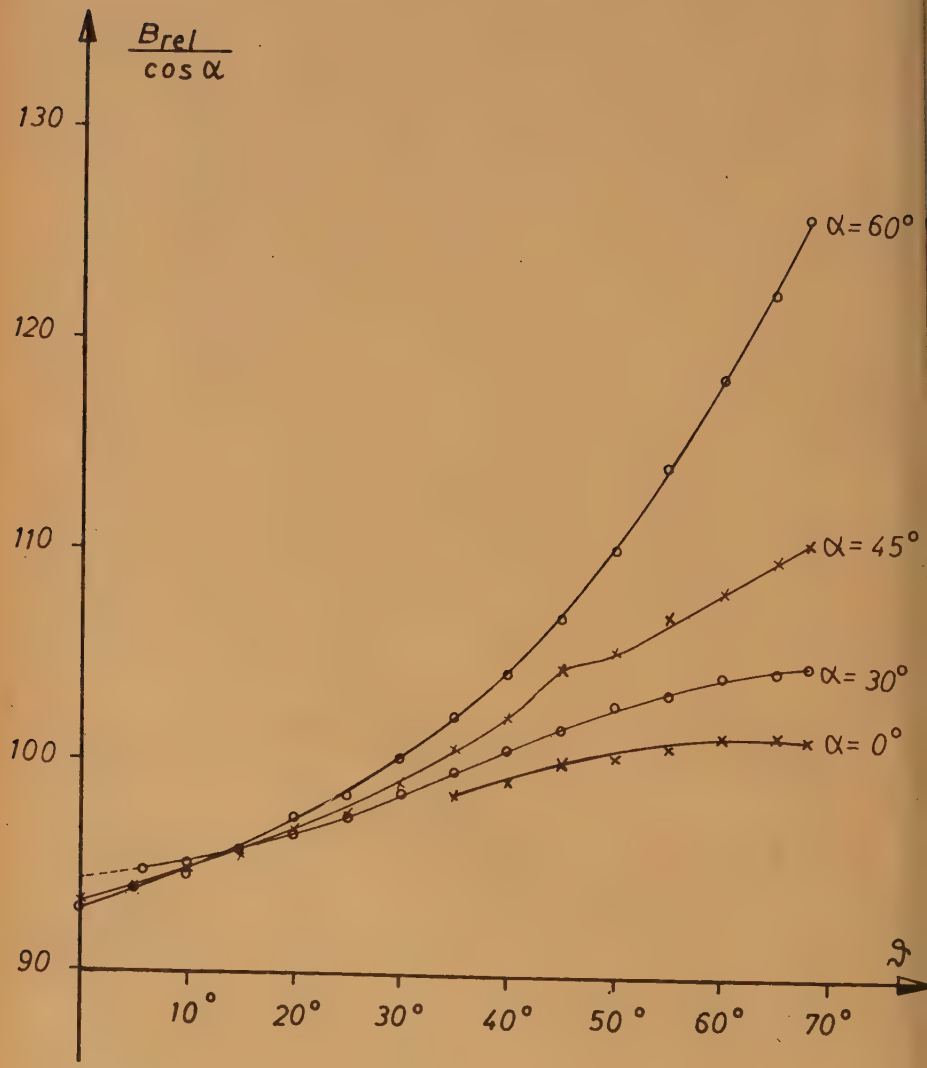


Abbildung A7 Bariumsulfat-Probe 7

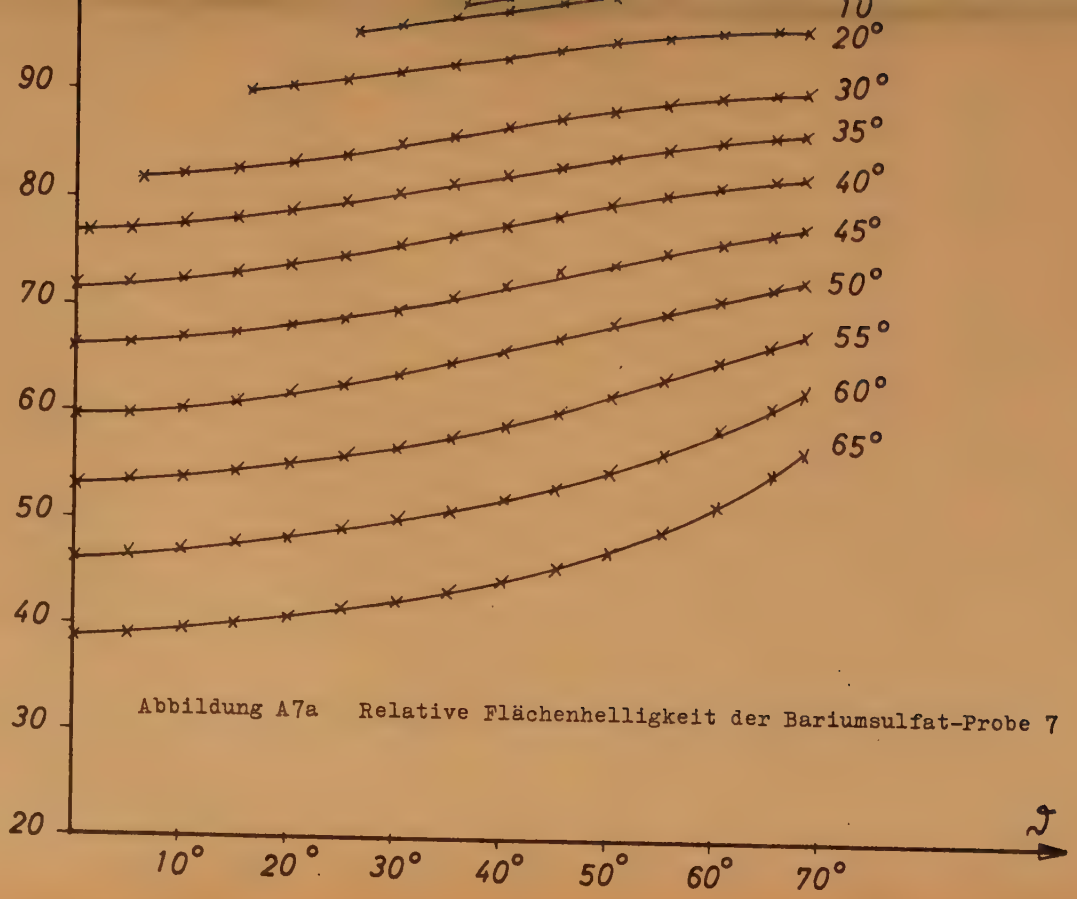


Abbildung A7a Relative Flächenhelligkeit der Bariumsulfat-Probe 7

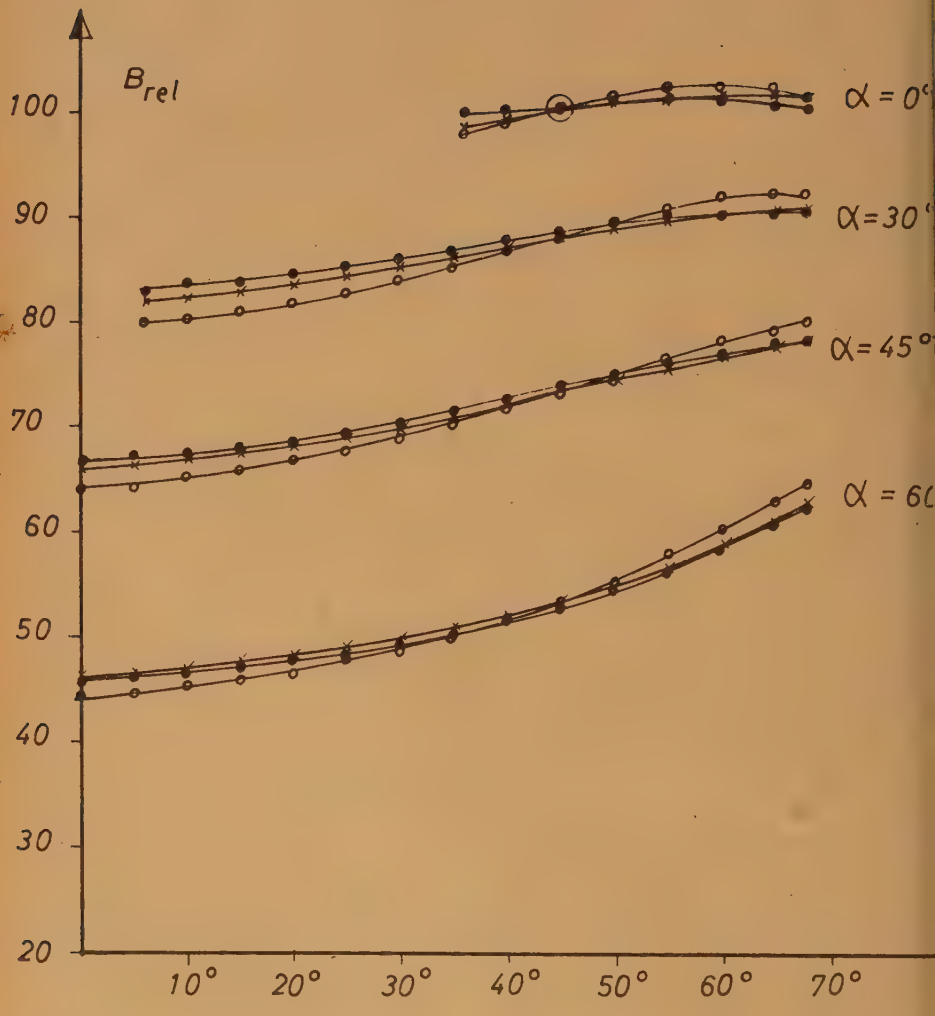


Abbildung A7b Relative Flächenhelligkeit der Bariumsulfat-Probe 7 bei den drei Wellenlängen λ = 450 nm, λ = 550 nm und λ = 649 nm.

3. Diskussion der Meßergebnisse im Einzelnen.

. Messungen an Bariumsulfat.

n den Tabellen A1 - A7 ist die reduzierte relative Flächen-
elligkeit für eine Reihe verschiedenartig hergestellter
ariumsulfat-Proben dargestellt. Die Abbildungen A1 - A7
eigen einige der zugehörigen Kurven im cartesischen Koor-
inatensystem.
robe A 1 bestand aus Pulver mit Korngröße d zwischen 75 μm
nd 90 μm und wurde mit einer Glasplatte von Hand gepreßt.
it dem Auge betrachtet, erschien die Oberfläche glanzfrei;
ie war aber nicht spiegelglatt.
ie Abbildung A1 zeigt, fällt die reduzierte relative Flächen-
elligkeit für alle gewählten Einfallswinkel außer für $\alpha = 0^\circ$
it wachsendem Beobachtungswinkel ab. Je schräger man die Flä-
he betrachtet, desto dunkler erscheint sie. Dies gilt jeden-
alls bis zum Beobachtungswinkel $\vartheta = 68^\circ$. Allerdings beobach-
et der Multiplier bei den regulären Reflexionswinkeln $\vartheta = \alpha$
elativ kleine, mit wachsendem Beobachtungswinkel aber zu-
ehmende Glanzspitzen.

bgesehen von der 0°-Kurve verlaufen alle Kurven unter dem
ambert-Wert 100, und zwar nehmen die Gesamtabweichungen vom
ambert-Wert mit wachsendem Einfallswinkel zu. Erst bei grö-
eren Einfallswinkeln und Beobachtungswinkeln werden die Ge-
amtabweichungen wieder kleiner. Dies ist in Abbildung A1 da-
aus zu erkennen, daß die Kurve für $\alpha = 60^\circ$ für größere Be-
bachtungswinkel wieder leicht ansteigt und die Kurve für
$= 45^\circ$ überschneidet.

ie aus Tabelle A1 hervorgeht, beträgt die durchschnittliche
bweichung vom cos ϑ - Gesetz ohne Berücksichtigung der Spie-
elglanzstellen für diese Probe rund 5%; die mittlere Ab-
eichung vom cos α - Gesetz beträgt dagegen rund 11% und ist
amit erheblich größer. Diese Tatsache entspricht der von
. Wright geäußerten Ansicht, daß das cos α - Gesetz wesent-
ich schlechter erfüllt sei als das cos ϑ - Gesetz. Dabei ist
llerdings zu beachten, daß die Mittlungen nur über den zur
essung gelangenden Winkelbereich durchgeführt wurden und
icht über den ganzen Halbraum, in den das Licht remittiert
rd.

Bei Erweiterung des Meßbereichs können sich diese Mittelwerte stark ändern. Damit verlieren sie ihren absoluten Aussagewert; sie können lediglich dazu dienen, Vergleiche zwischen verschiedenen Proben für die gleichen Winkelbereiche durchzuführen. Bei anderen Bariumsulfat-Proben wurden zum Teil auch größere mittlere Abweichungen vom $\cos\vartheta$-Gesetz als vom $\cos\alpha$ - Gesetz gefunden.

In der Tabelle A1 bedeutet $K_1(\alpha)$ die mittlere Lage einer zu einem festen Einfallswinkel gehörenden Flächenhelligkeitskurve, K_L ist der Lambert-Wert 100 und $K_1-K_L \equiv \overline{B}_{rel\ red} -100$ ist die über den zur Messung gelangenden ϑ - Bereich gemittelte Abweichung vom vollständigen Lambert-Gesetz. Diese mittleren Abweichungen vom Gesamtgesetz nehmen mit wachsendem Einfallswinkel zu. Durch eine zweite Mittlung über die zur Messung gelangenden α - Werte erhält man die "Durchschnittsabweichung" vom Gesamtgesetz, die sich hier zu -9,9 % vom Lambert-Wert ergibt. Zu diesem Wert kann man auch gelangen, wenn man zunächst über entsprechende α - Winkel mittelt (K_2-K_L) und dann über die zur Messung gelangenden ϑ - Winkel.

Die auf gewisse Winkelbereiche bezogene Durchschnittsabweichung ist aber nicht kennzeichnend für den Stoff, aus dem eine Probe besteht, sondern höchstens für ein Probenindividuum. Aber auch da können verschiedene Funktionen $[K_1-K_L]$ (α) denselben Durchschnittswert ergeben. Dieser liefert also nicht genügend Information über die Probe. Dagegen wird aus einem Diagramm wie A1 sofort die probenspezifische systematische Änderung der Abweichung von den Lambertschen Teilgesetzen und vom Gesamtgesetz bei Variation der Winkel ersichtlich. Hingewiesen sei hier bereits auf das Diagramm A7 zur Bariumsulfat-Probe 7. Während dort die Durchschnittsabweichung vom Gesamtgesetz für die gemessenen Winkelbereiche recht klein ist, wird das Lambert-Gesetz doch bei weitem nicht erfüllt.

Die in einigen Tabellen angegebenen Abweichungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz, mit $\Delta\vartheta$ bezeichnet, und vom $\cos\alpha$ - Gesetz, mit $\Delta\alpha$ bezeichnet, wurden unter Auslassung der Spiegelglanzstellen als Differenz zwischen Maximalwert und Minimalwert der entsprechenden Spalten- bzw. Zeilenwerte berechnet.
Tabelle A1a zeigt die direkt gemessenen Werte B_{rel} vor ihrer

rmierung auf gleiche Einstrahlung und die zugehörigen
mbert-Werte $B_L = 100 \cdot \cos\alpha$.

obe 2 unterscheidet sich in ihrer Herstellung nicht von
obe 1; es wurde lediglich die Siebfraktion $d < 50\,\mu m$ aus-
wählt. Mit bloßem Auge betrachtet erschien die Oberfläche
was glatter als die von Probe 1. Wie Abbildung A2 zeigt,
llt die reduzierte relative Flächenhelligkeit nur noch an-
ngs geringfügig und steigt dann wieder an. Für $\alpha = 60^\circ$
ersteigt sie sogar den Lambert-Wert 100. Die Kurven für
rschiedene Einfallswinkel überschneiden sich bei mittel-
oßen Beobachtungswinkeln.
le Kurven liegen weniger tief unter dem Lambert-Wert 100,
e Abweichungen vom vollständigen Lambert-Gesetz sind so-
t geringer als bei Probe 1. Bei etwa gleich großen Abwei-
ungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz ist dies auf geringere Abweichungen
n $\cos\alpha$ - Gesetz zurückzuführen.

ch bei dieser Probe treten unter den regulären Reflexions-
nkeln kleine Glanzspitzen auf, die mit wachsendem Einfalls-
nkel höher werden. Wie bei Probe 1 fallen die zu kleinen
nfallswinkeln gehörenden Kurven bei großen Beobachtungs-
nkeln etwas ab.

s zur Herstellung der Probe 3 verwendete Pulver war noch
was feinkörniger, die mittlere Korngröße lag unter $42\,\mu m$.
s Pulver wurde unter einer hydraulischen Presse mit etwa
00 at mit einem polierten Messingstempel gepreßt. Die Ober-
äche spiegelte stark. Die Richtersche Glanzzahl, definiert

$$\eta = \frac{B(\alpha=22{,}5^\circ/\vartheta=22{,}5^\circ)}{\cos 22{,}5^\circ} \Big/ \frac{B(\alpha=45^\circ/\vartheta=0^\circ)}{\cos 45^\circ}$$

n. als Quotient der reduzierten Flächenhelligkeit einer
egelglanzstelle zur reduzierten Flächenhelligkeit einer
htspiegelnden Stelle, der für völlig matte Oberflächen
kt gleich eins ist, hat hier den Wert 10,6.

ildung A3 zeigt in der Tat sehr hohe und sehr breite Glanz-
tzen, die den Kurvenverlauf weitgehend bestimmen und mit
hsendem Einfallswinkel höher und anscheinend auch breiter
den. Alle Kurven liegen in großen ϑ-Winkelbereichen über

dem Lambert-Wert 100, die Abweichung vom vollständigen Lambert-Gesetz ist dabei positiv, auch wenn man von den Glanzspitzen selbst absieht. Bei größeren Beobachtungswinkeln, hinter den Glanzspitzen, zeigen die zu kleineren Einfallswinkel gehörigen Kurven nochmals ein breites, aber flaches Maximum und fallen dann rasch ab. Dieses flache Maximum ist mit wachsendem Einfallswinkel immer weniger ausgeprägt und tritt schließlich gar nicht mehr auf, d.h. die Kurven fallen hinter den Glanzspitzen sofort rasch ab, wobei sich lediglich noch der Krümmungssinn der Kurve ändert. Bei den wesentlich matteren Proben 1 und 2 steigen die entsprechenden Kurven dagegen stark an. Nur durch Erweiterung des Meßbereiches über $\vartheta = 68^{\circ}$ hinaus ließe sich klären, ob sich auch bei ihnen ein Maximum bei einem Beobachtungswinkel ergibt, der größer als der reguläre Reflexionswinkel ist.

In der Abbildung A3a ist die direkt gemessene relative Flächenhelligkeit für mehrere Einfallswinkel als Parameter dargestellt.

Siebt man noch eine dünne Schicht desselben Pulvers auf die glänzende Oberfläche auf (Probe A4), so werden die Glanzspitzen kleiner und schmäler und die Kurven haben wieder fallende Tendenz wie diejenigen der Proben 1 und 2, ja diese Tendenz ist sogar noch ausgeprägter. Die Kurven verlaufen wieder durchweg unterhalb des Lambert-Wertes 100. Die Richtersche Glanzzahl ist auf 1,9 abgesunken.

Verstärkt man die aufgesiebte Schicht durch Aufsieben weiteren Pulvers ($d < 42\,\mu m$) solange, bis $\eta = 1{,}005$ geworden ist, so sind die Glanzspitzen völlig verschwunden, wie die Abbildung A5 für die Probe 5 zeigt.
Die zu kleineren Einfallswinkeln gehörenden Kurven fallen im ganzen zur Messung gelangenden ϑ - Winkelbereich. Für größere Einfallswinkel, z.B. für $\alpha = 60^{\circ}$, fallen die Kurven jedoch nur anfangs und steigen ab mittelgroßen Beobachtungswinkeln wieder an. Wiederum liegen alle Kurven unter dem Lambert-Wert 100, noch weiter als bei Probe 4. Die Abweichungen vom $\cos\vartheta$ Gesetz betragen je nach Einfallswinkel zwischen 4 und 10%, und zwar sind sie für großen Einfallswinkel geringer, ähnlich wie bei Probe A1.

ei kleinen Beobachtungswinkeln sind die Abweichungen vom ollständigen Lambert-Gesetz umso größer, je größer der Einallswinkel ist. Gegen Ende des ϑ - Meßbereichs drehen sich ie Verhältnisse allerdings um, weil sich die Kurven dort berschneiden.

läst man das aufgesiebte Pulver ab und rauht die glänzende berfläche der Probe 3 durch Reiben mit Papier auf (Probe A6), o werden die Glanzspitzen gleichfalls kleiner und schmäler, ie steigende Grundtendenz der Kurven nimmt aber noch zu, wie in Blick auf die Abbildung A6 zeigt. Die Glanzzahl erniedrige sich von 10,6 auf 1,08. Außer für $\alpha = 0$ übersteigen alle ezeichneten Kurven den Lambert-Wert 100 schon sehr früh, die bweichungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz sind entsprechend dem starken nstieg der Kurven relativ hoch. Für die 60°-Kurve beträgt iese Abweichung im durchmessenen Winkelbereich etwa 44% vom ezugswert ohne Berücksichtigung der Glanzspitze. Die durchchnittliche Abweichung vom vollständigen Lambert-Gesetz ist ositiv. Die von H. Wright vertretene Ansicht, die für konstante Beobachtungswinkel gemessenen Werte lägen stets unter em Lambert-Wert, trifft für diese Probe, jedenfalls für alle $\vartheta > 30^\circ$, nicht mehr zu (vgl. Abschnitt 5).

ie Probe A3 wurde auch Probe A7 unter der hydraulischen Pres- e mit etwa 1000 at gepreßt, jedoch unter Zwischenlegung eies glatten Papiers, das hinterher leicht abgezogen werden onnte. Im Unterschied zu Probe A3 war Probe A7 nicht spielnd, sondern erschien mit dem Auge betrachtet matt. Die lanzzahl betrug für diese Probe $\eta = 1{,}04$. Die Abbildung A7 eigt, daß fast keine Glanzspitzen vorhanden sind. Alle Kurn steigen mit wachsendem Beobachtungswinkel an, und zwar mso mehr, je größer der Einfallswinkel α ist. Für kleinere infallswinkel läßt jedoch die Anstiegstendenz bald nach. Wie chon erwähnt, liegen die Kurven so, daß die Abweichung vom ollständigen Lambert-Gesetz äußerst klein ist, wenn man über lle Meßpunkte mittelt. Trotzdem kann von einer strengen Gülgkeit des Lambert-Gesetzes keine Rede sein. Es treten berächtliche Abweichungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz auf, die mit wachendem Einfallswinkel α rasch größer werden und für $\alpha = 60^\circ$ chon etwa 32% vom Bezugswert betragen. Die Abweichungen vom

$\cos\alpha$ - Gesetz sind bei $\vartheta \approx 15^\circ$ sehr gering, weil sich die Kurven dort überschneiden; sie werden jedoch bei großen ϑ - Werten rasch größer, weil die Kurven dort auffächern. Im Mittel ist die Abweichung vom $\cos\vartheta$ - Gesetz (etwa 17%) für die durchmessenen Winkelbereiche erheblich größer als die Abweichung vom $\cos\alpha$ - Gesetz (etwa 8,5%), was man aus der Abbildung A7 sofort erkennt. Damit ist die Wrightsche These widerlegt, die Abweichungen vom $\cos\alpha$ - Gesetz seien stets größer als die vom $\cos\vartheta$ - Gesetz.

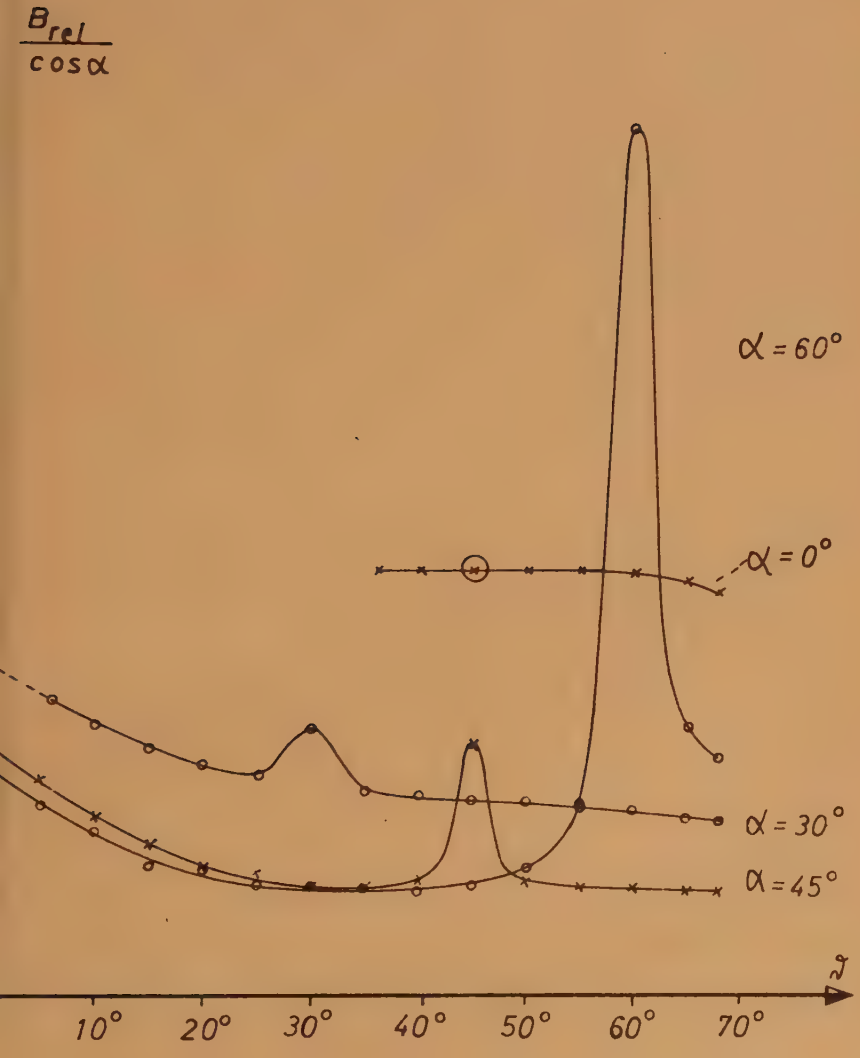
Wie aus Abbildung A7b und Tabelle A7b hervorgeht, sind die Abweichungen zwischen den zu gleichen Einfallswinkeln gehörigen Flächenhelligkeitskurven für λ = 450 nm, 550 nm und 649 nm klein, sie überschreiten nirgends 3%. Der Einfluß der Wellenlänge ist also bei diesem Weißstandard-Pulver, wie zu erwarten, sehr gering.

B. Messungen an Rutil.

Die Abbildungen B1 - B8 und die Tabellen B1 - B8 zeigen die Meßergebnisse für einige verschieden zubereitete Rutilproben. Probe 7 und Probe 8 bestanden aus einem besonders feinen Rutil-Pulver.

Die Rutil-Probe 1 wurde auf analoge Weise hergestellt wie die Bariumsulfat-Probe 1. Die mittlere Korngröße war kleiner als 42 μm. Zum Pressen wurde also wieder eine Glasplatte benützt. Wie Abbildung B1 zeigt, sind die Flächenhelligkeitskurven ganz ähnlich denen von Abbildung A1. Die fallende Tendenz der Kurven ist etwas ausgeprägter, vor allem für die 45°-Kurve. Daß die ebenfalls auftretenden Glanzspitzen etwas höher sind als bei der Bariumsulfat-Probe, dürfte darauf zurückzuführen sein, daß beim Pressen etwas höherer Druck angewendet wurde.

Die Rutil-Probe 2 entspricht in der Art ihrer Herstellung vollkommen der Bariumsulfat-Probe 7. Unter Zwischenlegung von Papier wurde das Pulver also unter der hydraulischen Presse mit etwa 1000 at gepreßt. Nach dem Abziehen des Papiers war die Oberfläche matt; die Richtersche Glanzzahl betrug nur η = 1,015.



ng B1 Rutil-Probe 1

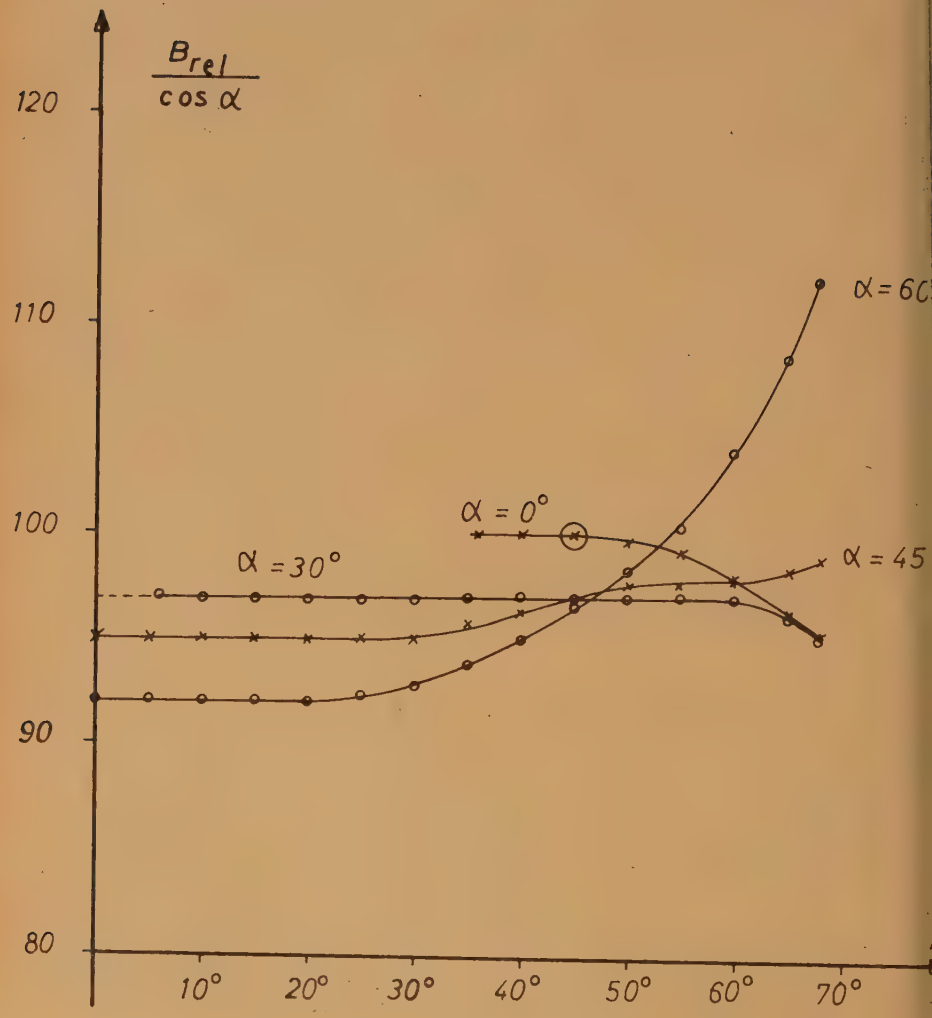
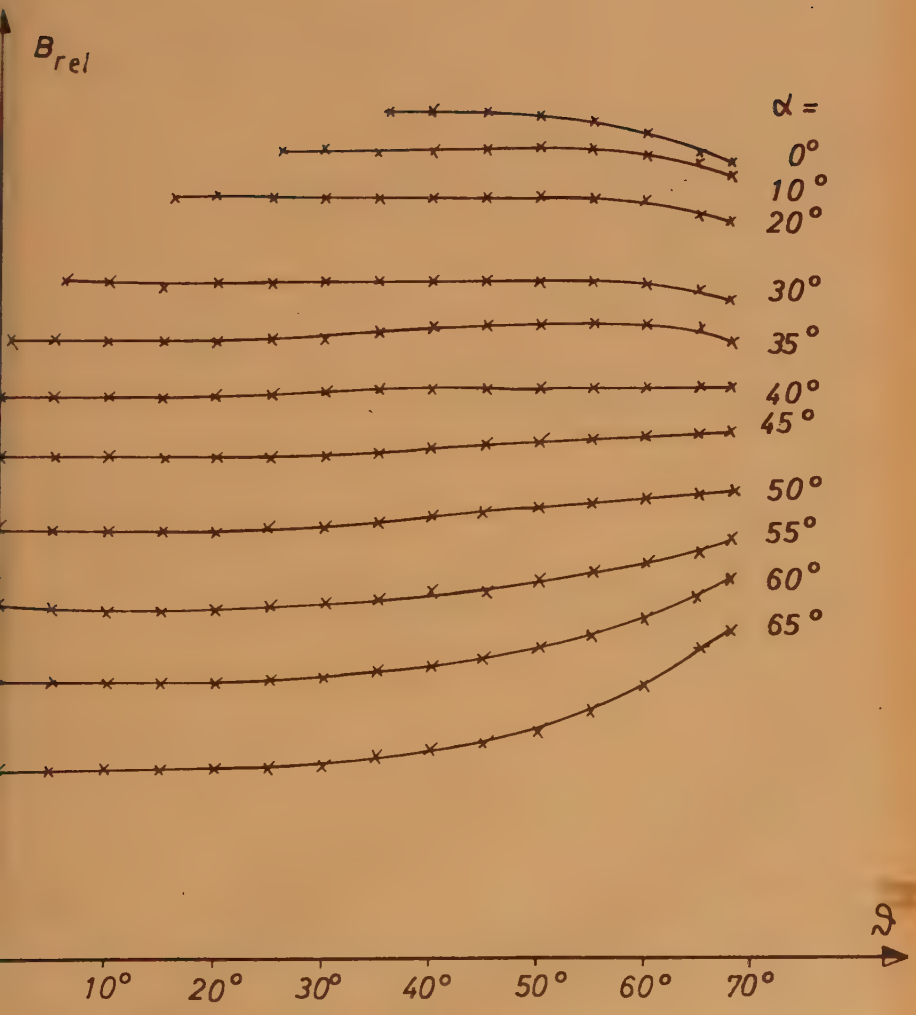


Abbildung B2 Rutil-Probe 2



obildung B2a Relative Flächenhelligkeit
der Rutil-Probe 2

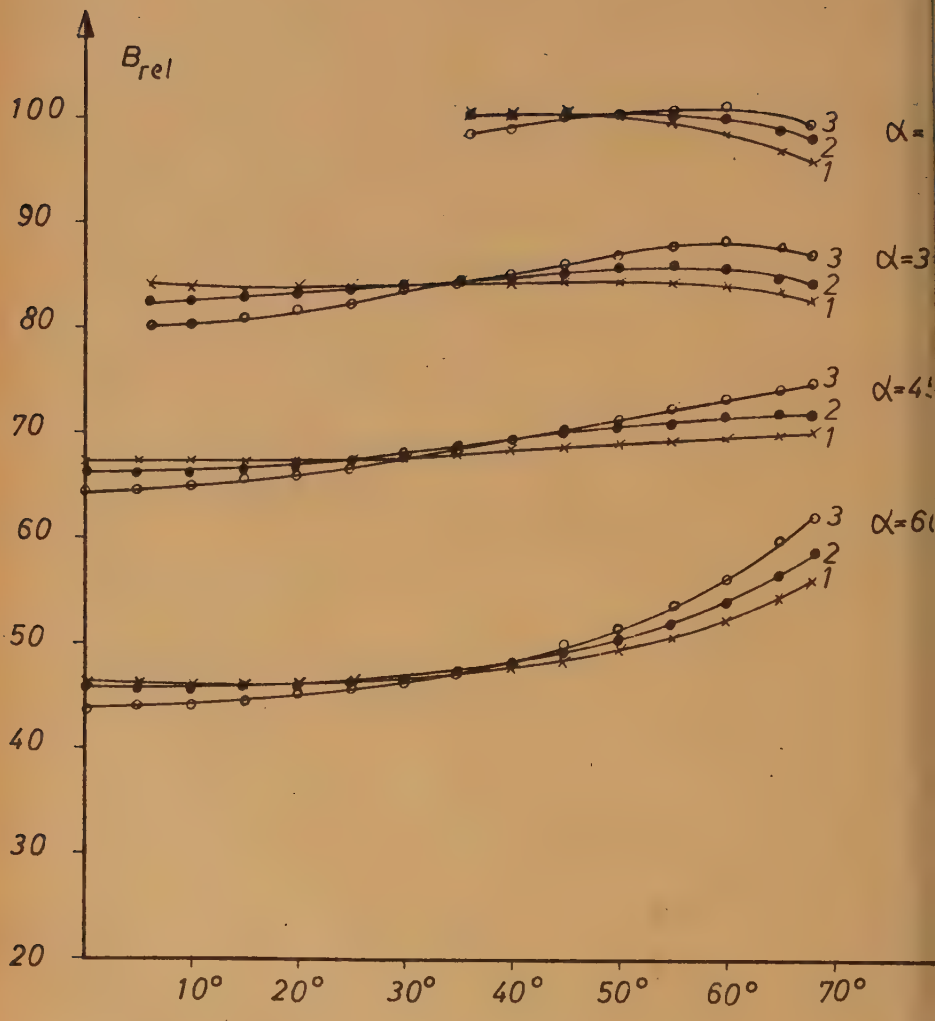
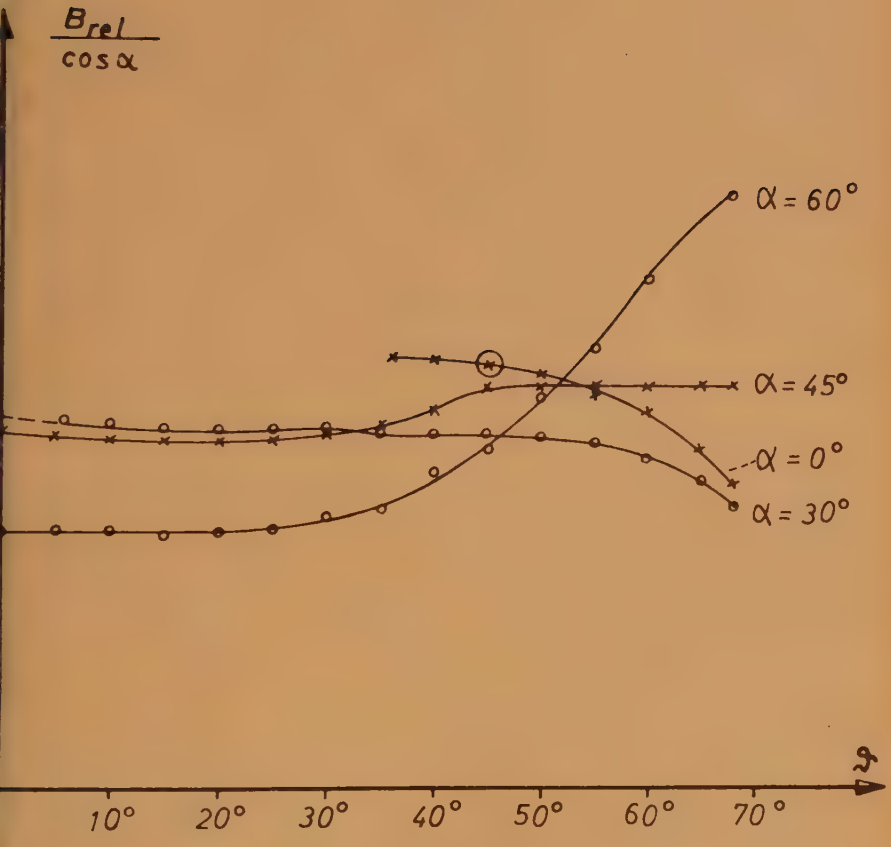


Abbildung B2b Relative Flächenhelligkeit der Rutil-Probe 2 für die drei Wellenlängen λ = 450 nm,(1) λ = 550 nm (2) und λ = 649 nm (3).



bbildung B3 Rutil-Probe 3

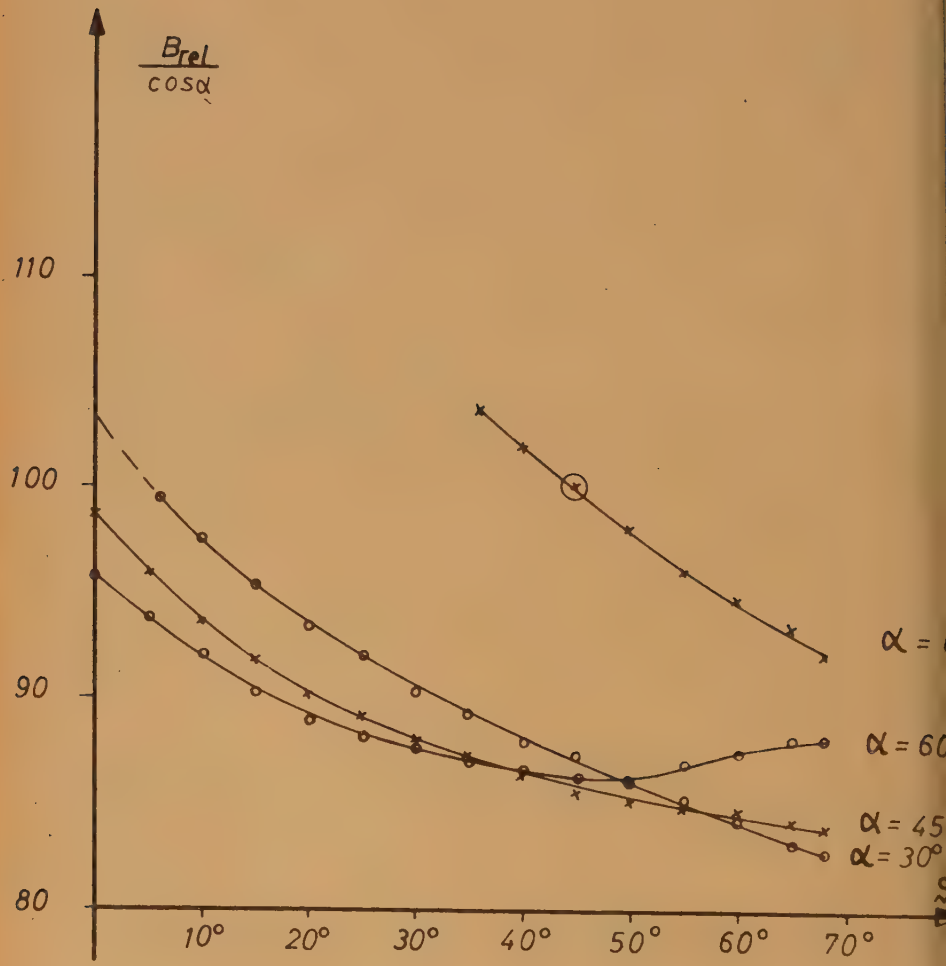


Abbildung B4 Rutil-Probe 4

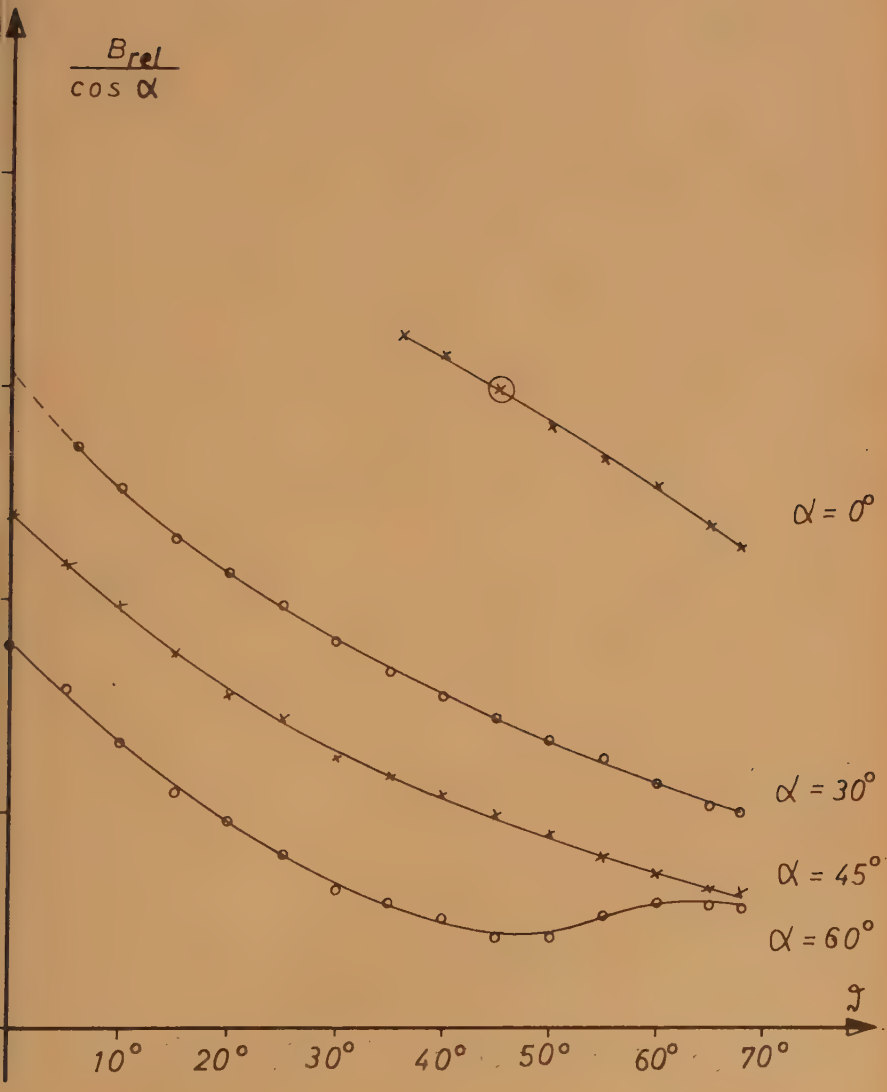


Abbildung B5 Rutil-Probe 5

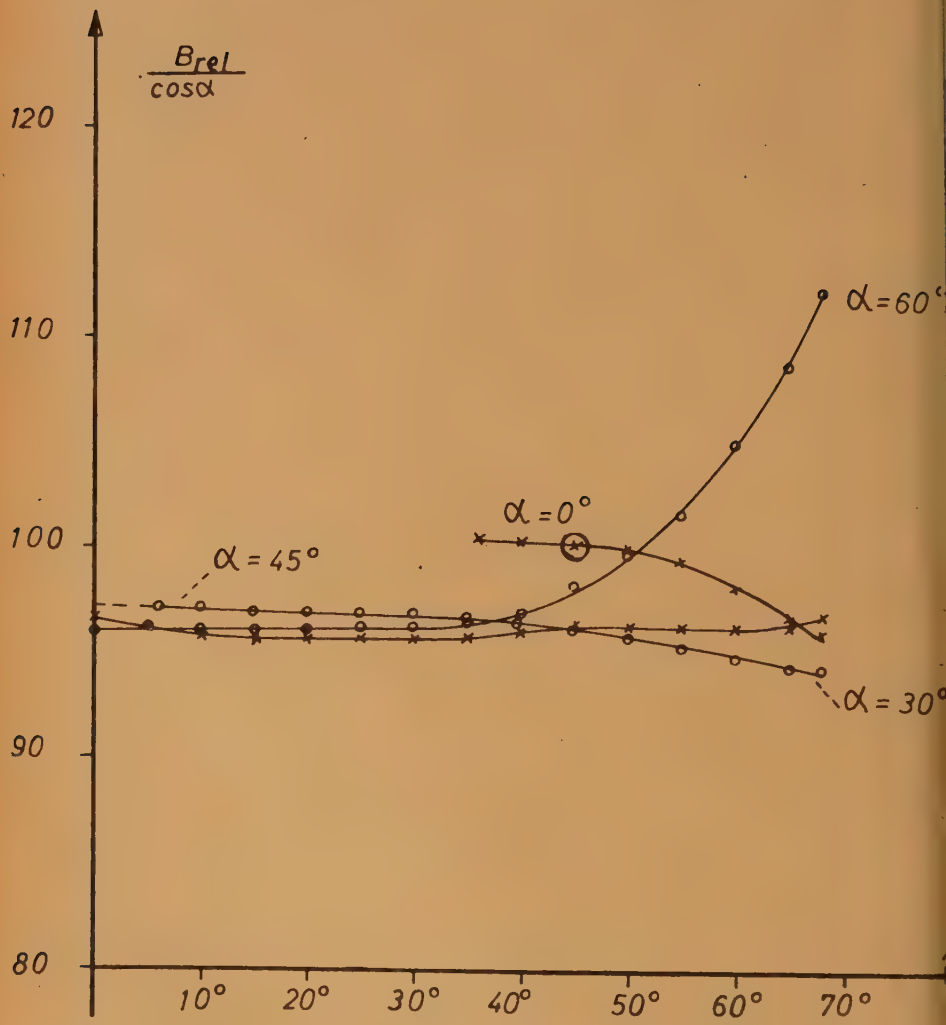


Abbildung B6 Rutil-Probe 6

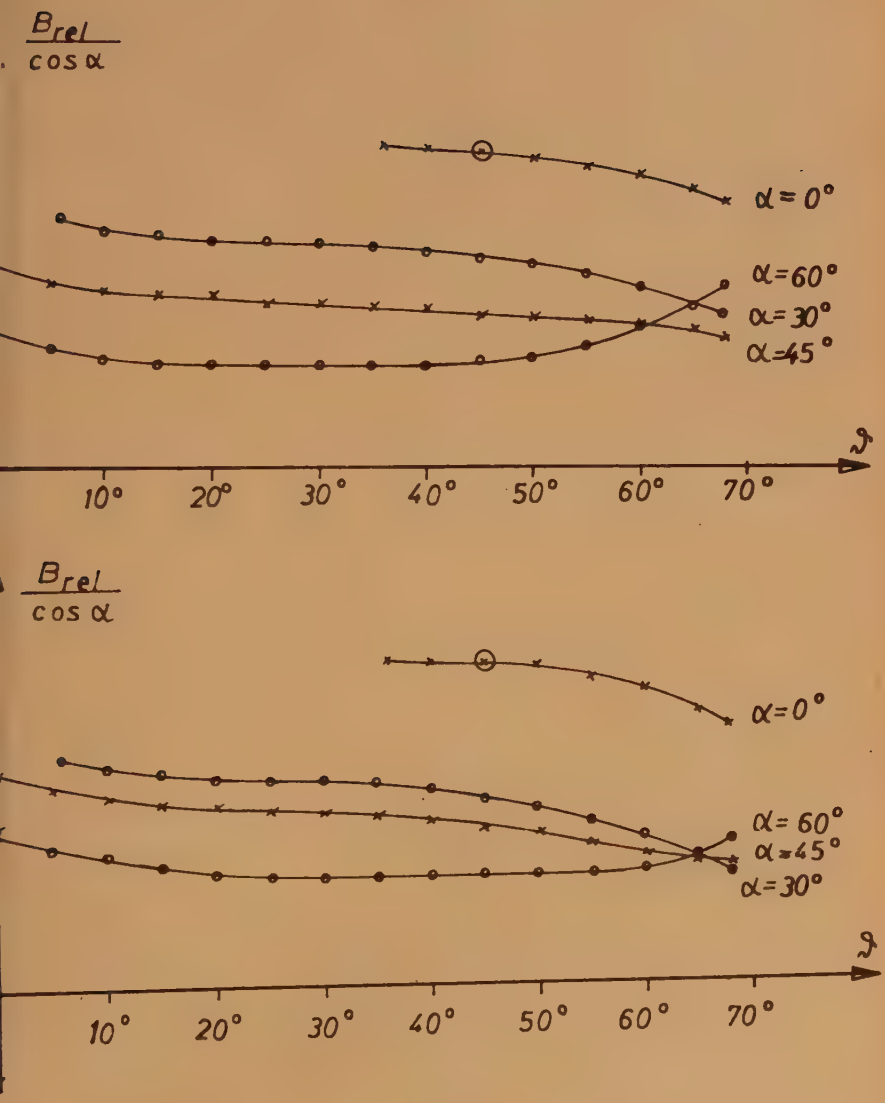


Abbildung B7 (unten) Rutil-Probe 7
Abbildung B8 (oben) Rutil-Probe 8

Ein Blick auf die Abbildung B2 zeigt, daß die Flächenhelligkeitskurven für Rutil wesentlich konstanter verlaufen als die der entsprechenden Bariumsulfat-Probe 7. Dies gilt vor allem für die zu kleinen Einfallswinkeln gehörenden Kurven, die erst bei großen Beobachtungswinkeln geringfügig abfallen. Die zu großen Einfallswinkeln gehörenden Kurven steigen dagegen nach einem konstanten Anfangsteil umso mehr an, je größer der Einfallswinkel ist. Die Kurven liegen vorwiegend unter dem Lambert-Wert 100, nur die 60°-Kurve übersteigt diesen Wert bei etwa $\vartheta = 55^{\circ}$. Glanzspitzen sind erwartungsgemäß nicht vorhanden. Die Abweichungen vom cos α - Gesetz sind im Bereich $40^{\circ} \leq \vartheta \leq 60^{\circ}$ relativ gering, da sich die Kurven dort überschneiden. Während bei kleinen Beobachtungswinkeln die Abweichungen vom vollständigen Lambert-Gesetz umso größer sind, je größer der Einfallswinkel ist, gilt dies nach dem Überschneiden der Kurven in einem gewissen ϑ - Intervall nicht mehr.

Ein Vergleich zwischen den Abbildungen B2a und A7a, in denen die direkt gemessene relative Flächenhelligkeit dargestellt ist, zeigt die wesentlich größere Konstanz der Rutil-Kurven.

Die Abbildung B2b zeigt die relative Flächenhelligkeit bei verschiedenen Wellenlängen, nämlich bei $\lambda = 450$ nm, $\lambda = 550$nm und $\lambda = 649$ nm. Der Einfluß der Wellenlänge ist offensichtlich etwas größer als bei Bariumsulfat.

Probe 3 unterscheidet sich von Probe 2 nur dadurch, daß der Stempeldruck statt 1000 at nur 50 at betrug. Wie Abbildung B3 zeigt, macht sich diese hohe Druckdifferenz kaum bemerkbar.

Siebt man auf Probe 3 eine dünne Schicht trockenes Rutilpulver mit $d < 42\,\mu$m auf, wodurch die Glanzzahl von 1,030 auf 1,010 zurückgeht, so erhält man stark fallende Flächenhelligkeitskurven. Wie aus der Abbildung B4 ersichtlich ist, ist der Abfall dieser Kurven deutlich stärker als bei der Bariumsulfat Probe 5. Während dort der Untergrund glänzte, ist hier auf einen matten Untergrund aufgesiebt worden. Mit zunehmendem Einfallswinkel wird der Abfall geringer und damit die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz. In diesem Fall gilt also das cos ϑ - Gesetz für mittelgroße Einfallswinkel besser als für kleine.

Wie immer bei fallender Tendenz der Flächenhelligkeitskurven, verlaufen diese weitgehend unterhalb des Lambert-Wertes 100.

Füllt man trockenes, auf $d < 42\,\mu m$ ausgesiebtes Rutilpulver ganz locker in den Probenteller und ebnet die Oberfläche nicht durch Druck, sondern indem man, etwa mit einer Rasierklinge, auf dem Rand des Tellers aufsetzt und damit die Probe überstreicht, so wird die Oberfläche zwar eben, aber rauh. Mit bloßem Auge sind kleine Löcher von der Tiefe eines Korns festzustellen. Die Glanzzahl einer auf diese Weise hergestellten Probe betrug $\eta = 0{,}998 \approx 1$. Abbildung B5 zeigt, wie sehr die Flächenhelligkeit mit wachsendem Beobachtungswinkel fällt. Im Vergleich zur Probe 4 liegen alle Kurven tiefer unter dem Bezugswert 100. Wie bei allen Proben, die schräg betrachtet dunkler erscheinen, gehen die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven gegen Ende des ϑ - Meßbereichs wieder in einen steigenden Verlauf über, d.h. die Oberflächen erscheinen dann wieder heller.

Infolge dieser Umkehr wird die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz bei größeren Einfallswinkeln wieder etwas kleiner. Da die Kurven weitgehend parallel laufen, sind die Abweichungen vom cos α - Gesetz über weite ϑ - Bereiche annähernd gleich groß.

Der Abfall der Flächenhelligkeit mit wachsendem Beobachtungswinkel, der bei den rauhen Proben 4 und 5 sehr stark ausgeprägt ist, muß als Schatteneffekt gedeutet werden.

Die Rutil-Probe 6 wurde unter Zwischenlegung von Papier stark von Hand gepreßt. Die Korngröße lag zwischen $50\,\mu m$ und $42\,\mu m$. Abbildung B6 zeigt den außerordentlich konstanten Verlauf der Flächenhelligkeitskurven für kleine und mittelgroße Einfallswinkel. Lediglich die 60°-Kurve steigt nach sehr konstantem Verlauf bei kleinen Beobachtungswinkeln ab $\vartheta = 40^\circ$ stark an. Wie man sofort sieht, sind im gemessenen Winkelbereich sowohl die Abweichungen vom cos α - Gesetz als auch vom vollständigen Lambert-Gesetz relativ zu anderen Proben gering. Ein Vergleich der Proben 2, 3 und 6 zeigt, daß die 30°-Kurve umso früher gegen größere Beobachtungswinkel abzufallen beginnt, je geringer der Druck ist. Dagegen beginnt die 60°-Kurve umso früher anzusteigen, je größer der Druck ist.

Es gelingt also nicht, durch Druckvariation den Konstanzbereich beider Kurven gleichzeitig zu vergrößern.

Zur Herstellung der Proben 7 und 8 wurde besonders feines Rutilpulver verwendet. Die mittlere Teilchengröße lag beträchtlich unter 42 μm, weshalb das Pulver vollständig durch das 42 μm-Sieb fiel. Probe 7 wurde auf genau gleiche Weise wie Probe 2 hergestellt; bei Probe 8 wurde der Druck auf 2000 at verdoppelt.

Bei einem Vergleich der Abbildungen B2 und B7 fällt auf, daß beim feineren Pulver die Kurven für kleine Einfallswinkel weniger konstant sind, indem sie schon ab kleineren Beobachtungswinkeln langsam abfallen. Nach einem kurzen Absinken bei kleinen ϑ - Winkeln ist dagegen beim feineren Korn der Probe7 die 60°-Kurve bis etwa $\vartheta = 60°$ nahezu ideal konstant; erst dann steigt sie wieder an. Ähnlich wie ein Vergleich der Proben 6, 3 und 2 zeigt auch ein Vergleich der Proben 7 und 8, daß bei größerer Packungsdichte die Konstanz der zu kleineren Einfallswinkeln gehörigen Flächenhelligkeitskurven besser wird, indem die fallende Tendenz geringer wird, während die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven eher anzusteigen beginnen.

Die Abweichungen vom $\cos\alpha$ - Gesetz sind im Bereich kleiner bis mittelgroßer Beobachtungswinkel bei Probe 6 am geringsten, bei den Proben 7 und 8 dagegen - abgesehen von der lockeren Probe 5 - am größten.

C. Messungen an Magnesiumoxid.

Die Meßergebnisse für einige Magnesiumoxid-Proben sind in den Abbildungen C1 - C3 und in den entsprechenden Tabellen zusammengestellt.
Die Magnesiumoxid-Probe 1 entspricht in ihrer Herstellung der Bariumsulfat-Probe 7 und der Rutil-Probe 2; sie wurde also mit einer Papierzwischenlage mit 1000 at gepreßt. Die Oberfläche sah wiederum matt aus, die Papierzwischenlage verhinderte Glanz ($\eta = 1{,}041$).
Abbildung C1 zeigt, daß keine Glanzspitzen auftreten. Die Konstanz der Kurven ist wesentlich geringer als bei der Rutil-Probe 2, aber etwas besser als bei der Bariumsulfat-

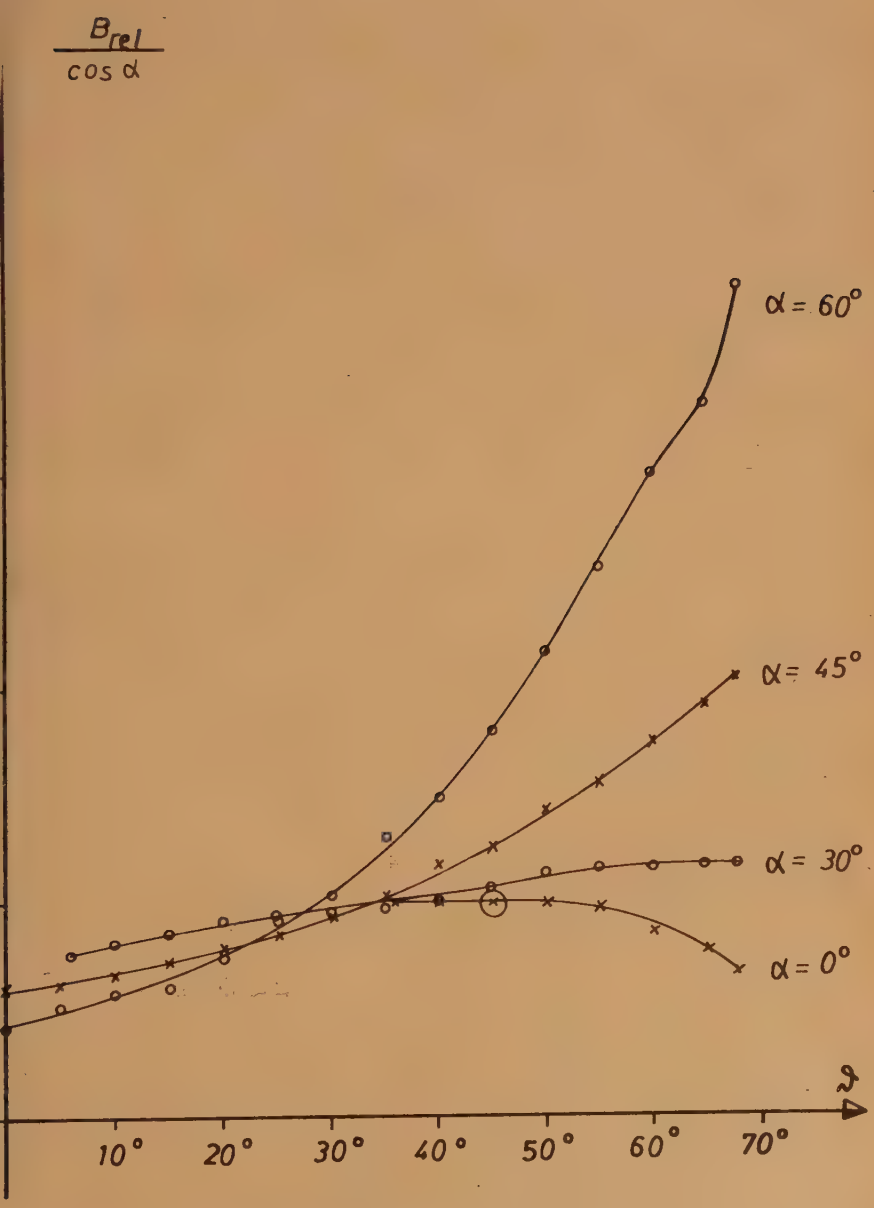


Abbildung C1 Magnesiumoxid-Probe 1

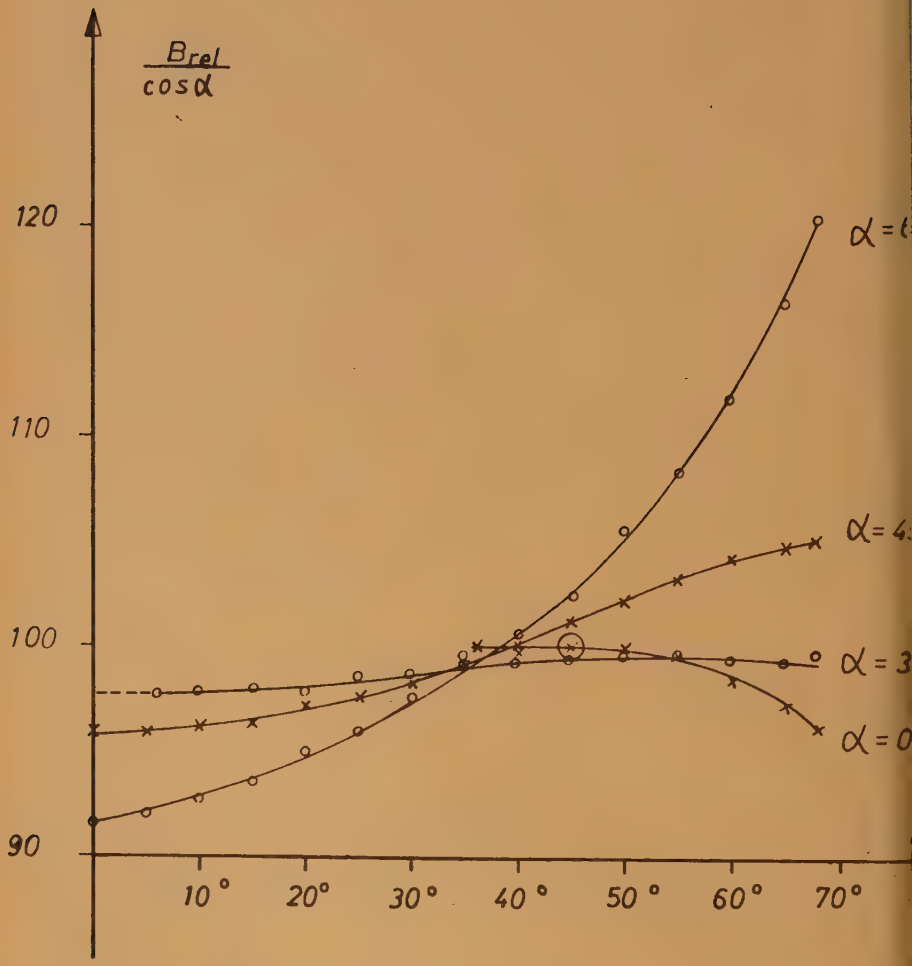


Abbildung C2 Magnesiumoxid-Probe 2

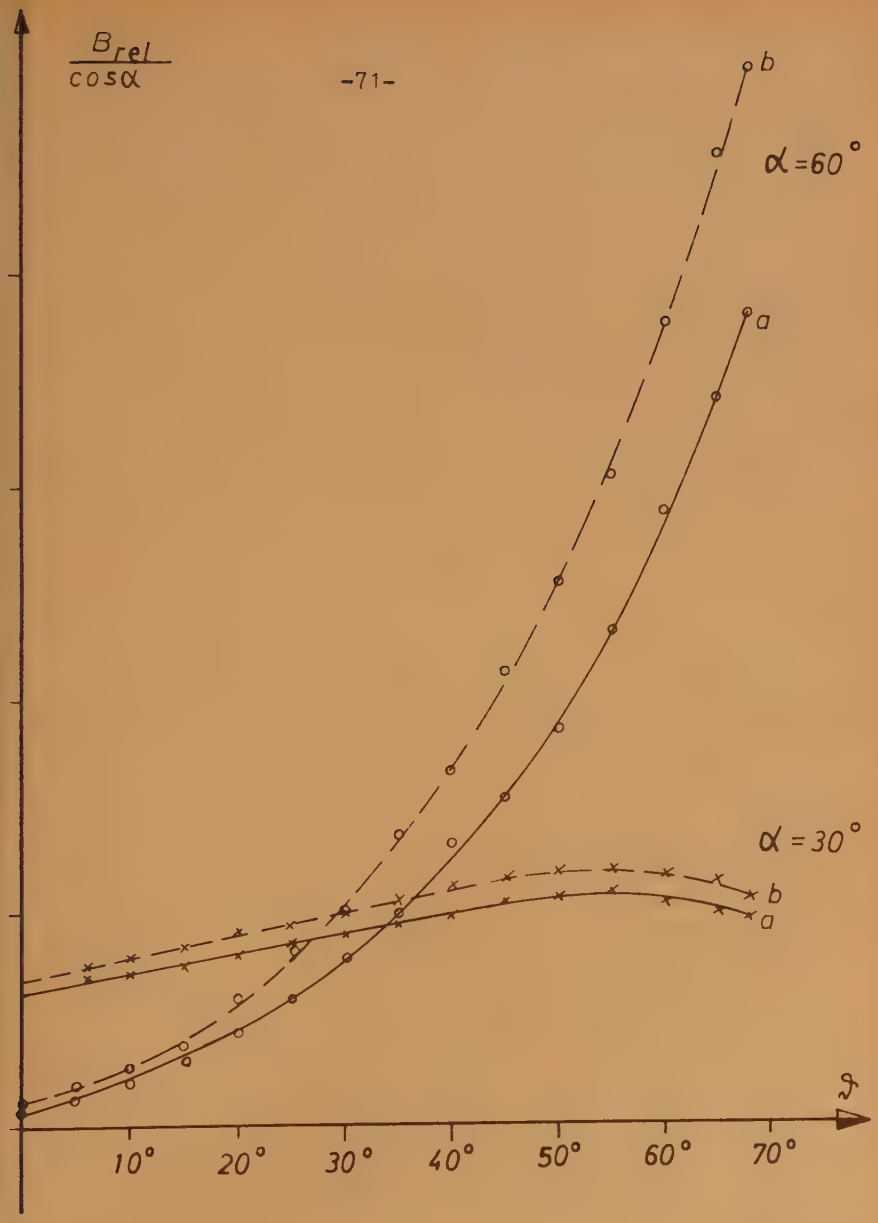


Abbildung C3 Magnesiumoxid-Proben 3a und 3b

Probe 7. Auch hier zeigen die Kurven für kleine Einfallswinkel bei größerem Beobachtungswinkel fallenden Verlauf, während diejenigen für größere Einfallswinkel ansteigen. Qualitativ beobachtet man also dasselbe wie bei allen anderen nichtrauhen, hartgepreßten Proben. Die Abweichungen vom cos α - Gesetz sind bis etwa $\vartheta = 40^\circ$, wo sich die Kurven überschneiden, sehr gering; sie werden aber bei größeren Beobachtungswinkeln sehr groß, weil die Kurven dort auffächern. Im Überschneidungsbereich um $\vartheta = 40^\circ$ übersteigen die Kurven für größere Einfallswinkel den Lambert-Wert 100.

Bezüglich der zur Messung kommenden Winkelbereiche ist die Durchschnittsabweichung recht gering, während die Abweichungen vom Lambert-Gesetz in den einzelnen Meßpunkten (α, ϑ) beträchtlich werden können.

Die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz beträgt für $\alpha = 30^\circ$ nur rund 4%, für $\alpha = 60^\circ$ dagegen schon rund 32%. Im Gegensatz zur Rutil-Probe 7 wird also hier die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz mit wachsendem Einfallswinkel größer. Oder anders ausgedrückt: Bei der Magnesiumoxid-Probe 1 gehört die Kurve, die das cos ϑ - Gesetz im Bereich $0 \leq \vartheta \leq 68^\circ$ optimal erfüllt, zu einem kleineren Einfallswinkel als die entsprechende Kurve der Rutil-Probe 7.

Preßt man das Pulver mit geringem Druck von Hand, so werden die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz nur wenig geringer, wie die Abbildung C2 für die Probe 2 zeigt; alle Kurven steigen etwas weniger mit wachsendem Beobachtungswinkel, was sich für kleine Einfallswinkel in einem geringfügig stärkeren Abfall bei größeren Beobachtungswinkeln auswirkt. Insgesamt sind die Unterschiede gegenüber Probe 1 unbedeutend. Wie schon an Rutil beobachtet werden konnte, gelingt es nicht, durch Variation des Druckes die Konstanz aller zu verschiedenen Einfallswinkeln gehörigen Kurven gleichzeitig zu verbessern: Bei höheren Drucken werden die Kurven zu kleineren Einfallswinkeln konstanter, bei niederen Drucken steigen die Kurven zu größeren Einfallswinkeln nicht so stark mit wachsendem Beobachtungswinkel an. Die optimale Kurve, d.h. die Kurve größter Konstanz bezüglich ϑ, verschiebt sich offensichtlich bei Druckerhöhung gegen kleinere Einfallswinkel.

e Abbildung C3 zeigt einen Vergleich zwischen einer mit
0 at unter Verwendung einer Papierzwischenlage hergestellten
preßten Oberfläche und einer Oberfläche, die durch Aufrau-
en von 2mm Magnesiumoxid auf eine 4mm gepreßte MgO-Schicht
wonnen wurde.

e Messung wurde für die Wellenlänge λ = 550 nm ausgeführt.
r die frisch aufgerauchte Schicht war die Glanzzahl mit 1,06
r wenig größer als für den Pulverpreßling mit 1,04. Keine
r Proben zeigt Glanzspitzen. Die Flächenhelligkeit des Pulver-
eßlings (a) ist in reproduzierbarer Weise konstanter als die
r aufgerauchten Probe (b). Während beide Proben für $\alpha = 30^\circ$
nd 4% Abweichung vom cos ϑ - Gesetz aufweisen, beträgt für
= 60° diese Abweichung für Probe 3a nur 37% gegenüber 49%
r Probe 3b.

Messungen an Aerosil.

r fünf verschiedene Aerosil-Proben zeigen die Abbildungen
- D5 und die entsprechenden Tabellen den goniometrischen
rlauf der reduzierten relativen Flächenhelligkeit. Feines
rosilpulver mit einer spezifischen Oberfläche von 106 m^2/g
t eher flockig als körnig. Füllt man dieses Pulver unter
rwendung eines Aufsatzes locker in den Probenteller und
opft diesen solange gegen eine Unterlage, bis das Pulver so-
it zusammengerutscht ist, daß die Oberfläche mit dem Proben-
llerrand nach Entfernung des Aufsatzes eben abschließt, so
igen die bei λ = 401 nm gemessenen und in Abbildung D1 dar-
stellten Kurven für die reduzierte relative Flächenhellig-
it einen überraschenden Verlauf. Obwohl diese Probe viel
ckerer ist als die Bariumsulfat-Probe 7, die Magnesiumoxid-
obe 1 und die Rutil-Probe 2, steigen die Kurven mit wachsen-
n Beobachtungswinkel für größere Einfallswinkel sogar noch
ärker an. Für $\alpha = 60^\circ$ beträgt die Abweichung vom cos ϑ - Ge-
tz bereits 53%. Die Abweichungen vom cos α - Gesetz sind im
erschneidungsgebiet der Kurven bei etwa $\vartheta = 35^\circ$ gering, wer-
n aber bei größeren Beobachtungswinkeln groß, weil die Kur-
n dort stark auffächern.

ese lockere Aerosil-Probe zeigt ein völlig anderes Verhalten
s lockere Proben der anderen drei Weißstandard-Pulver.

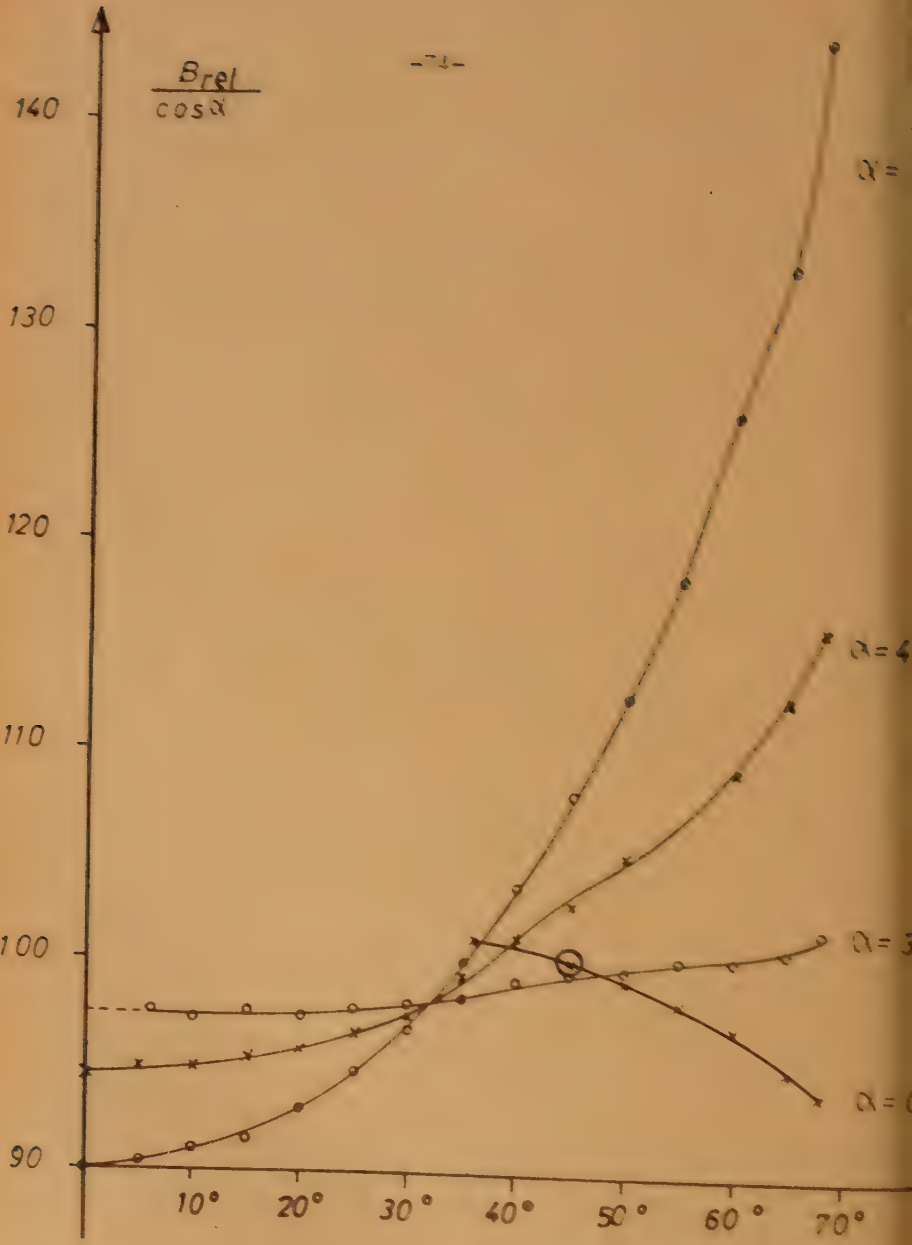


Abbildung D1 Aerosil-Probe 1

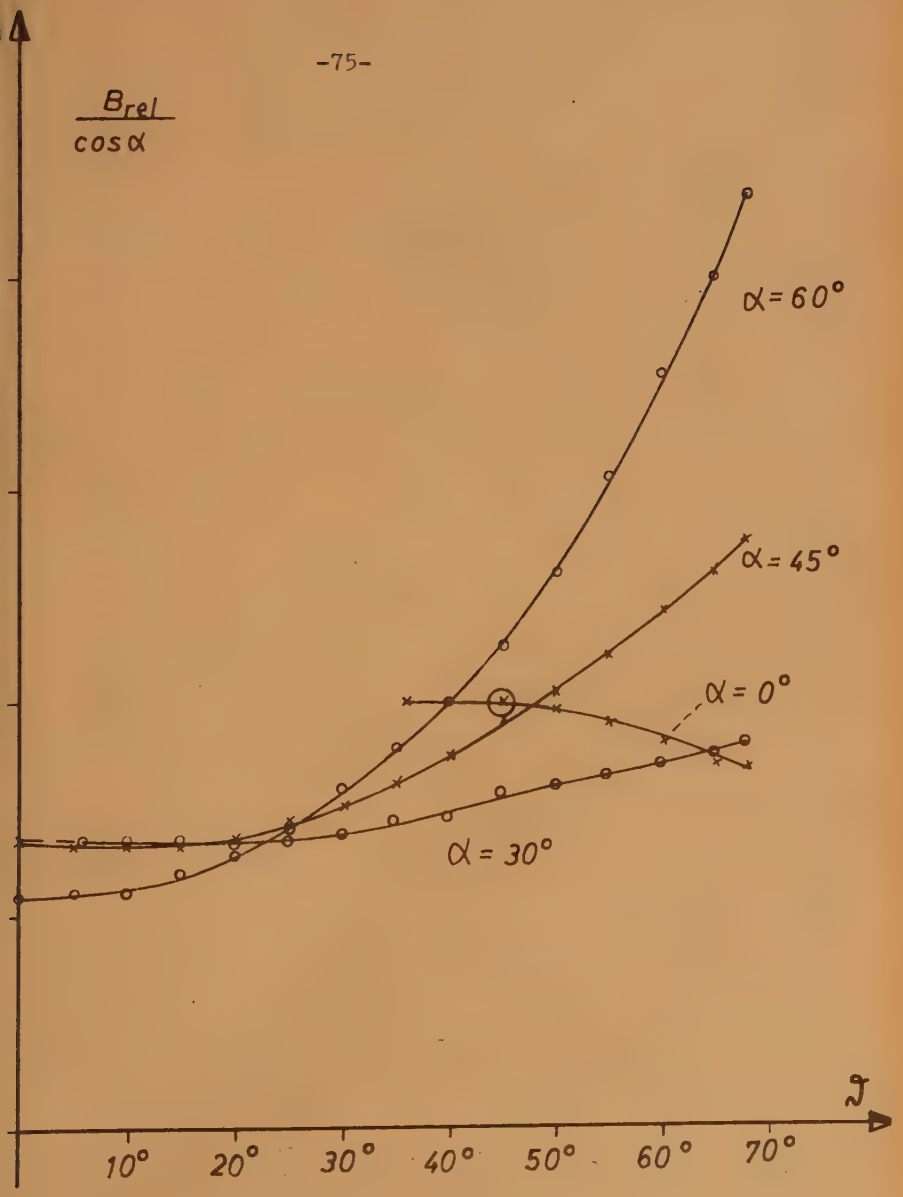


Abbildung D2 Aerosil-Probe 2

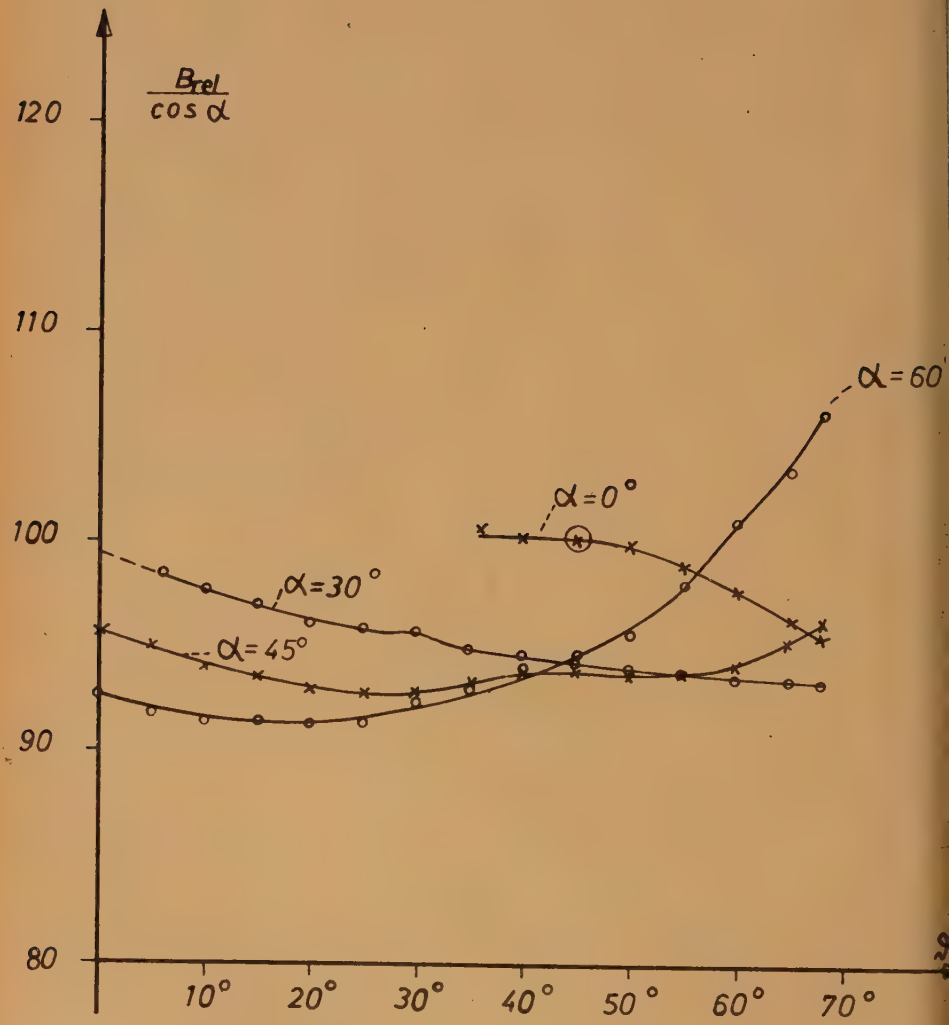
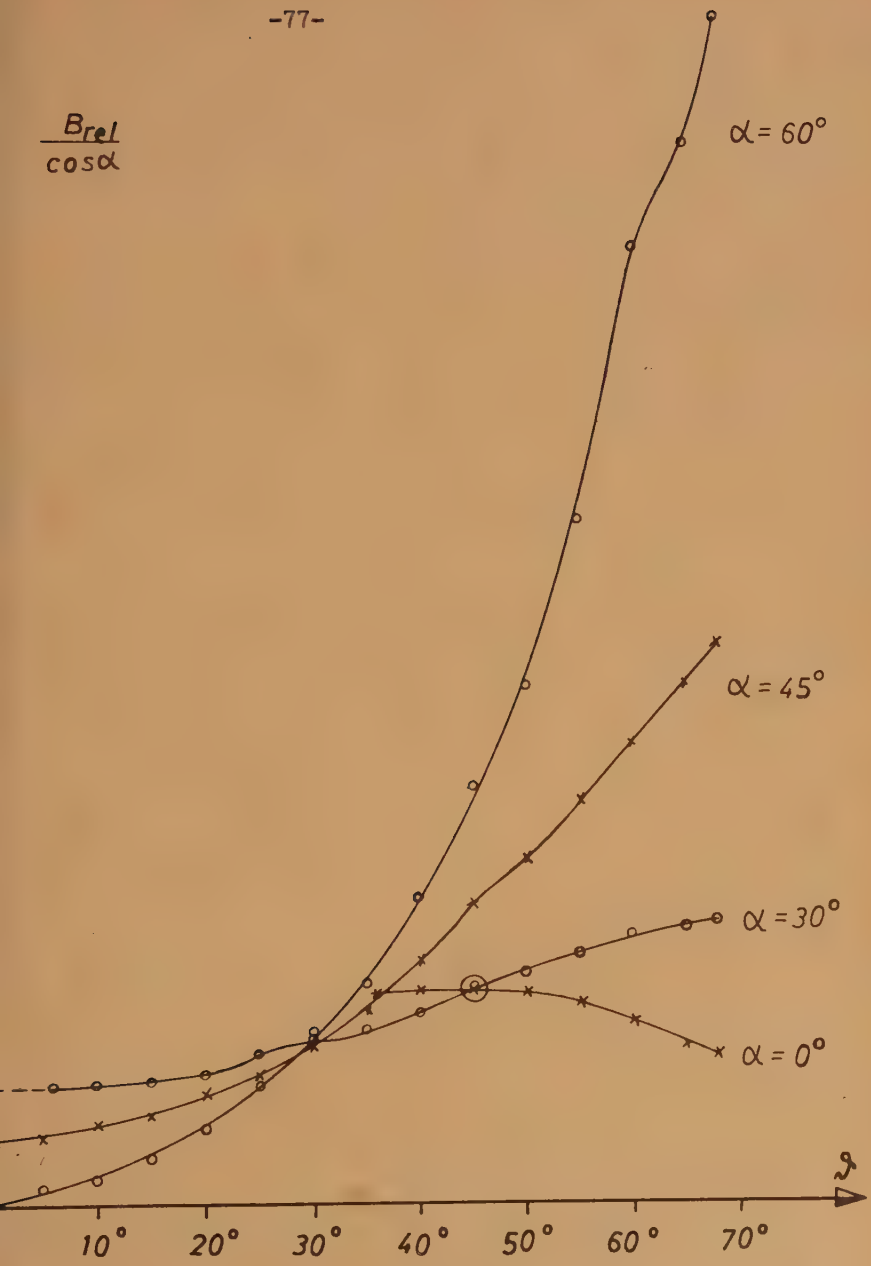


Abbildung D3 Aerosil-Probe 3



bbildung D4 Aerosil-Probe 4

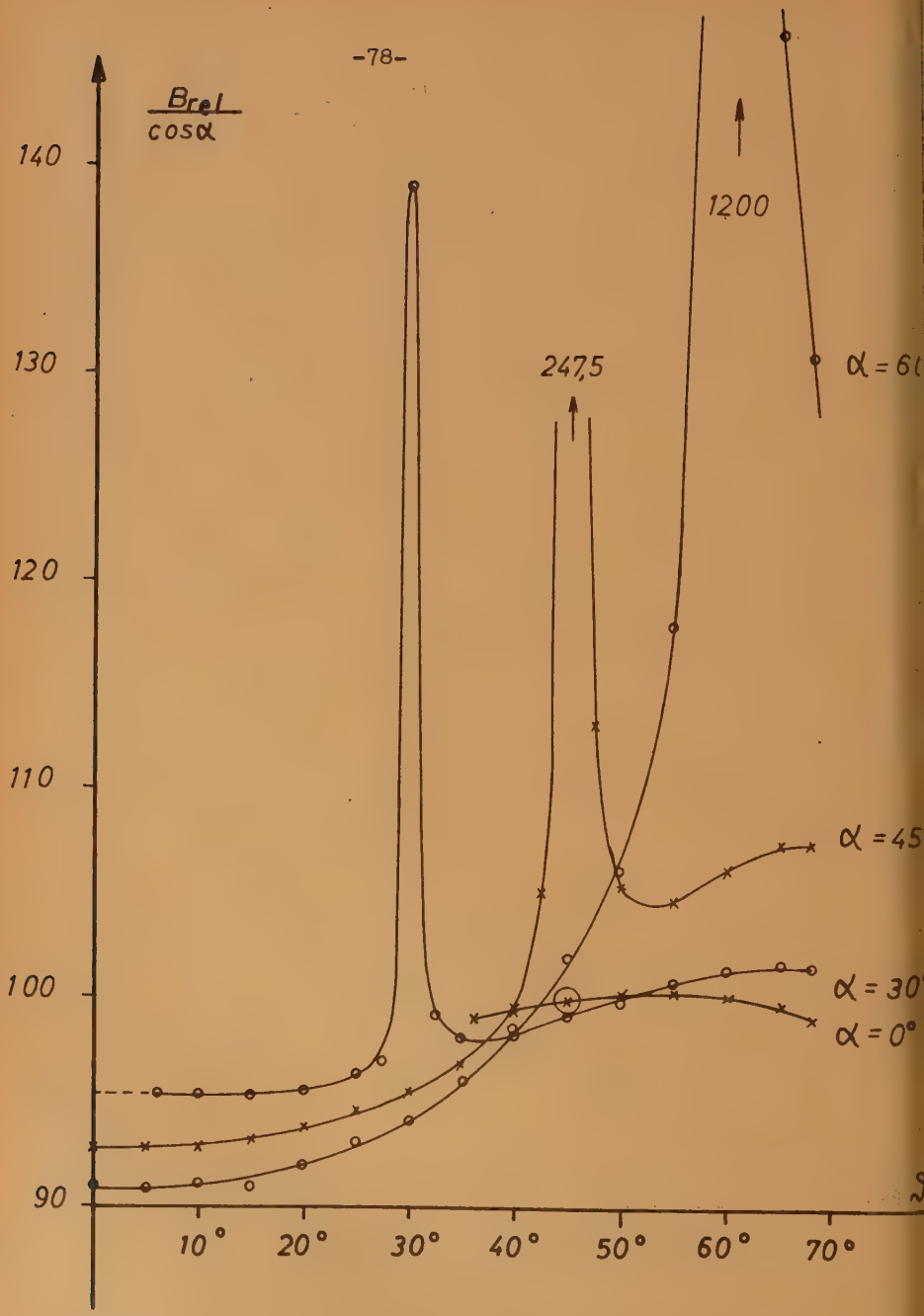


Abbildung D5 Aerosil-Probe 5

ffensichtlich fehlt die gegenseitige Abschattung der Pulverörner fast ganz infolge der kleinen Korngröße. Andererseits cheint die Ursache für den Kurvenanstieg bei hohen α - und ϑ-Winkeln stärker ins Gewicht zu fallen, sodaß sich im Gensatz zu den fallenden Kurven der Rutil-Probe 5 hier für größere Einfallswinkel stark steigende Kurven ergeben.

tellt man eine gleichartige Probe aus einem Aerosil-Pulver it der spezifischen Oberfläche von 38 m^2/g und damit etwas größerem mittlerem Teilchendurchmesser her, so erhält man die n der Abbildung D2 dargestellten Kurven. Wie man sieht, ist ie steigende Tendenz etwas geringer als bei Probe 1, aber mmer noch stark ausgeprägt. Die 60°-Kurve zeigt noch 33% bweichung vom cos ϑ - Gesetz.

ei genau gleicher Herstellung der Pulveroberfläche remittiert as gröbere Pulver also diffuser als das feinere Pulver. Evtl. st dies auf größere Schattenwirkung zurückführbar.

ie Aerosil-Probe 3 aus demselben Aerosil-Pulver wie Probe 2 urde in völliger Analogie zur Rutil-Probe 5 hergestellt. Das ulver wurde ohne Aufsatz in einen 12 mm tiefen Probenteller efüllt und mit Hilfe einer Rasierklinge ebengestrichen. Die berfläche des ganz locker geschichteten Pulvers war dementprechend ziemlich rauh.

us der Abbildung D3 geht hervor, daß bei kleinen Beobachtungsinkeln in der Tat alle Flächenhelligkeitskurven abfallen. Die urven biegen aber schon viel früher als bei der Rutil-Probe n einen steigenden Verlauf um.

nfolgedessen sind die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz geringer; sie betragen für $\alpha = 60°$ nur rund 15%. Offensichtlich berlagern sich hier zwei Einflüsse: Die Schattenwirkung, die chon im Bereich kleiner Beobachtungswinkel fallende Kurven erursacht, ist beim feinkörnigeren Aerosil geringer als beim util, die Ursache für den Anstieg der Kurven ist dagegen bei erosil stärker als bei Rutil. Durch günstige Überlagerung ieser beiden gegenläufigen Einflüsse ergeben sich hier Kurven, ie näherungsweise dem Lambertschen cos ϑ - Gesetz entsprechen. ie gemessenen Werte liegen aber infolge der Abweichung vom os α - Gesetz vorwiegend unterhalb des Lambert-Wertes 100.

Die Abbildung D4 zeigt den goniometrischen Verlauf der Flächenhelligkeit einer Probe aus Aerosilpulver mit der spezifischen Oberfläche 38 m^2/g, die durch Pressen von Hand hergestellt wurde. Zwischen Pulver und Messingstempel konnte kein Papier eingelegt werden, da beim Abziehen das Aerosil am Papier haften blieb. Trotzdem konnte kein Glanz beobachtet werden; die Glanzzahl betrug nur $\eta = 1{,}047$. Die Kurven zeigen den für gepreßte Oberflächen üblichen Verlauf, jedoch ist die Stärke des Anstiegs der zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven sehr stark, verglichen mit den entsprechenden anderen Weißstandard-Pulvern.

Für die 60°-Kurve beträgt die Abweichung vom $\cos \vartheta$ - Gesetz rund 56%. Die Abweichungen vom $\cos \alpha$ - Gesetz sind wiederum stark abhängig vom Beobachtungswinkel. Im Überschneidungsgebiet der Kurven bei $\vartheta \approx 35^\circ$ sind sie gering, bei größeren Beobachtungswinkeln dagegen sehr groß.

Wenn man dasselbe Aerosilpulver in Analogie zur Bariumsulfat-Probe 3 mit einem blanken Messingstempel unter der hydraulischen Presse mit etwa 1000 at preßt, erhält man eine stark glänzende Probenoberfläche; die Glanzzahl ist mit $\eta = 1{,}383$ aber erheblich geringer als beim Bariumsulfat. Wie Abbildung D5 zeigt, gelingt es also, beim feinkörnigen Aerosilpulver Glanzspitzen zu erzeugen. Allerdings ist deren Höhe geringer als beim Bariumsulfat. Bei den zu kleineren Einfallswinkeln gehörigen Kurven ist hinter den Glanzspitzen ein flaches Maximum angedeutet, das auch bei der 0°-Kurve gut zu beobachten ist.

14. Diskussion der Meßergebnisse im Zusammenhang.

Wie aus den Messungen hervorgeht, hat die durch die Herstellung bedingte Oberflächenbeschaffenheit einer Probe wesentlichen Einfluß auf Art und Größe der Abweichungen der remittierten Strahlung vom Lambert-Gesetz. Wenn man den Einfluß des Probenmaterials erkennen will, muß man möglichst gleichartig hergestellte Proben vergleichen. Gemäß ihrer Herstellung lassen sich die untersuchten Proben in folgende Gruppen einteilen:

Hartgepreßte Proben: Diese Exemplare wurden mit einem Messingstempel unter der hydraulischen Presse mit etwa 1000 at gepreßt.

)Eine Papierzwischenlage wurde verwendet bei der Bariumsulfat-Probe 7, bei den Rutil-Proben 2 und 7 und bei den Magnesiumoxid-Proben 1 und 3a; ferner bei der nur mit 50 at gepreßten Rutil-Probe 3 und bei der sogar mit 2000 at gepreßten Rutil-Probe 8.

)Ohne Papierzwischenlage wurden die Bariumsulfat-Probe 3 und die Aerosil-Probe 5 gepreßt.

)Die Bariumsulfat-Probe 6 wurde aus der Probe 3 durch Aufrauhung der Oberfläche gewonnen.

Mäßig hart gepreßte Proben: Die Oberflächen dieser Proben wurden von Hand mit dem Messingstempel ebengedrückt. Der nicht genau bekannte Druck ist jedenfalls wesentlich kleiner als 1000 at.

)Mit Papierzwischenlage wurden die Rutil-Probe 6 und die Magnesiumoxid-Probe 2 gepreßt.

)Bei der Aerosil-Probe 4 wurde kein Papier benützt.

Halblockere Proben: Bei den mit einer Glasplatte vorsichtig ebengedrückten Bariumsulfat-Proben 1 und 2 sowie der Rutil-Probe 1 wurde keine Papierzwischenlage angewendet.

Lockere Proben:

Bei den möglichst eben eingefüllten Aerosil-Proben 1 und 2 wurden die Rauhigkeiten der Oberfläche durch Klopfen des Probentellers gegen eine Unterlage reduziert.

Die Rutil-Probe 5 und die Aerosil-Probe 3 wurden mit einer Klinge ebengestrichen.

Die Bariumsulfat-Proben 4 und 5 sowie die Rutil-Probe 4 wurden durch Aufsieben einer dünnen Schicht auf eine festgepreßte Schicht hergestellt.

bei den Proben der Gruppen 1a und 2a zwischen Pulver und mpel gelegte Papier war stets von gleicher Art (Schreibpar). Nach Abzug des Papiers waren die Oberflächen matt; sie ten sich der Eigenstruktur des Papiers an, wodurch der bei mit blankem Messingstempel gepreßten Proben der Gruppe 1b bachtete Spiegelglanz vermieden wurde.

Ein Vergleich der Proben der Gruppe 1a untereinander läßt einen starken Einfluß des Pulvermaterials erkennen. Die Abweichungen der reduzierten relativen Flächenhelligkeit als Funktion des Beobachtungswinkels von der Konstanz sind bei Rutil relativ gering und nehmen in der Reihenfolge Rutil, Magnesiumoxid und Bariumsulfat zu. Während bei Rutil die Meßwerte vorwiegend unter dem nach dem Lambert-Gesetz zu erwartenden Wert liegen und diesen erst bei größeren Einfalls- und Beobachtungswinkeln übersteigen, schneiden die goniometrischen Flächenhelligkeitskurven für Magnesiumoxid und Bariumsulfat die Lambert-Konstante 100 schon bei mittelgroßen Beobachtungswinkeln. Die Unterschiede zwischen Magnesiumoxid und Bariumsulfat sind bedeutend geringer als die Unterschiede, welche diese beiden Pulver gegenüber Rutil aufweisen.

Bei allen drei Stoffen zeigen die Meßkurven für kleine Einfallswinkel deutliche Unterschiede gegenüber denen für große Einfallswinkel: Bei kleinen Einfallswinkeln fallen die Kurven von mittelgroßen Beobachtungswinkeln an gegen größere Beobachtungswinkel hin ab, für große Einfallswinkel steigen sie an. Die Stärke des Abfalls oder Anstiegs ist dabei materialabhängig. Dazwischen gibt es Kurven, die dem Übergang entsprechen: Diese verlaufen dann relativ am konstantesten. Der optimale Einfallswinkel ist je nach Stoff und Oberfläche verschieden. Die Ansicht, die Kurve für senkrechte Incidenz sei die konstanteste, ist nicht allgemein richtig. Die Abbildung B2 zeigt beispielsweise, daß die 30°-Kurve in gewissen ϑ - Bereichen konstanter verläuft als die 0°-Kurve.

Auch die Proben der Gruppe 2a zeigen in gleicher Weise einen Materialeinfluß wie die hartgepreßten Proben. Andererseits zeigt ein Vergleich der aus demselben Material bestehenden Proben beider Gruppen, daß sich der große Druckunterschied nur wenig auswirkt. Immerhin werden die zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven bei geringerem Druck etwas konstanter, indem sie weniger ansteigen; die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven werden aber weniger konstant, indem sie etwas mehr abfallen. Der Einfallswinkel der optimal konstanten Kurve verschiebt sich bei Druckerhöhung zu kleineren Werten. Die An-

sicht, das Lambert-Gesetz sei für kleine Einfallswinkel am besten erfüllt, ist also am ehesten für hartgepreßte Proben richtig, die natürlich nicht spiegeln dürfen.

Ein Vergleich der Proben B2 mit B7 und B8 zeigt jedoch, daß auch die Korngröße eine Rolle spielt. Bei den Rutil-Proben 7 und 8 zeigt die 60°-Kurve die geringsten Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz, jedenfalls für $\alpha = 60°$; bei der Rutil-Probe2 verläuft jedoch die 30°-Kurve im zur Messung gelangenden ϑ - Bereich konstanter als die 60°-Kurve, weil diese schon früher als jene der Proben 7 und 8 zu steigen beginnt. Bei den Proben 7 und 8 nehmen die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz mit wachsendem Einfallswinkel ab, jedenfalls bis $\alpha = 60°$, wenn man unter $\vartheta = 60°$ bleibt; dagegen nehmen die Abweichungen vom vollständigen Lambert-Gesetz mit wachsendem Einfallswinkel zu, weil offensichtlich die Abweichungen vom cos α - Gesetz zunehmen.

Von allen gemessenen Proben zeigt die Rutil-Probe 6 die geringsten Abweichungen sowohl vom vollständigen Lambert-Gesetz als auch von den Teilgesetzen.

Die Aerosil-Probe 4 zeigt dagegen die größten Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz. Dieses Ergebnis überrascht, denn mit etwa 10-20 nm liegt die mittlere Korngröße des Aerosil-Pulvers erheblich unter der eingestrahlten Wellenlänge von 400nm. Für $\alpha = 60°$ beträgt die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz rund 54% vom Bezugswert. Es ist also nicht richtig, daß die Remission allgemein mit abnehmender Korngröße diffuser wird.

Bei den Proben der Gruppe 1b treten hohe Glanzspitzen unter den regulären Reflexionswinkeln auf, die den Kurvenverlauf auch über eine gewisse Umgebung wesentlich beeinflussen. Bei Bariumsulfat mit viel gröberem Korn und $\eta = 10,6$ sind die Glanzspitzen bedeutend höher als bei Aerosil mit $\eta = 1,38$. Die Höhe dieser Glanzspitzen wächst mit zunehmendem Einfallswinkel, und mit der Höhe wächst auch ihre Breite etwas an, so daß der Einfluß auf den gesamten Kurvenverlauf - wie bei der Bariumsulfat-Probe 3 besonders ersichtlich - vor allem für große Einfallswinkel bedeutend wird. Auch hinter den Glanzspitzen zeigen sich Unterschiede gegenüber den nichtglänzenden Proben: Während bei jenen die zu großen Einfallswinkeln gehörenden Kurven gegen größere Beobachtungswinkel ansteigen,

fallen hier die entsprechenden Kurven stark ab. Für kleine und mittelgroße Einfallswinkel, etwa für $\alpha = 30^{\circ}$, zeigt die Meßkurve hinter dem Spiegelglanz-Maximum noch ein weiteres, sehr flaches Maximum bei einem größeren Beobachtungswinkel. Für große Einfallswinkel ist dieses Maximum nicht mehr vorhanden, die Kurven ändern hinter den Glanzspitzen lediglich noch ihren Krümmungssinn.

Lockere Proben haben eine rauhe Oberfläche und eine geringe Packungsdichte. Die Meßkurven zeigen für alle Einfallswinkel auch für kleine Beobachtungswinkel einen fallenden Verlauf, der offensichtlich umso stärker ausgeprägt ist, je lockerer die Probe zubereitet ist. Die Oberfläche einer solch lockeren Probe erscheint also umso dunkler, je schräger man sie beobachtet. Erst bei hohen Einfallswinkeln setzt bei großen Beobachtungswinkeln ein Umbiegen in einen steigenden Kurvenverlauf ein. Glanzspitzen sind erwartungsgemäß nicht zu beobachten. Am deutlichsten zeigt die Rutil-Probe 5 diesen fallenden Verlauf der Flächenhelligkeitskurven. Bei den aufgesiebten Proben ist der Abfall ebenfalls sehr deutlich, wenngleich weniger stark; evtl. macht sich der harte Untergrund noch bemerkbar. Der fallende Kurvenverlauf ist wohl darauf zurückzuführen, daß bei diesen rauhen Oberflächen tiefer liegende Zonen von höher gelegenen beschattet werden; dabei werden entweder gewisse Gebiete gar nicht beleuchtet, oder das reflektierte Licht gelangt nicht in den Empfänger.

Die zur Gruppe 4b gehörende Aerosil-Probe 3 zeigt diesen Schatteneffekt ebenfalls. Er ist aber hier weniger ausgeprägt als bei der Rutil-Probe 5 und sogar schwächer als bei den aufgesiebten Proben. Dies mag einerseits an der kleinen Korngröße der Aerosils liegen. Zum anderen kann man aber auch die Erklärung hierfür in der Tatsache finden, daß der Effekt, der den Anstieg von Flächenhelligkeitskurven verursacht und also der Schattenwirkung entgegengerichtet ist, beim Aerosil stärker ist als bei den anderen Weißstandards, vor allem stärker als beim Rutil.

Auffälligerweise tritt bei den lockeren, aber im Vergleich zu Probe 3 dichter gepackten Aerosil-Proben 1 und 2 fast kein

.atteneffekt auf. Infolgedessen steigen die Meßkurven sehr
.rk an, und zwar bei der aus dem feineren Pulver bestehen-
. Probe 1 noch stärker als bei der Probe 2. Evtl. ist bei
be 2 doch noch ein Rest der Schattenwirkung vorhanden.
Remission wird also keineswegs allgemein mit abnehmender
ngröße diffuser.

mit einer Glasplatte gepreßten halblockeren Proben der
ppe 3 vereinen erwartungsgemäß die Eigenschaften der
keren Proben und der hartgepreßten Proben.
kein Papier dazwischengelegt wurde, treten kleine Glanz-
tzen auf, die wiederum mit wachsendem Einfallswinkel höher
den. Infolge von Schattenwirkung fallen die Meßkurven für
e Einfallswinkel im Bereich kleiner Beobachtungswinkel et-
ab; bei der feinkörnigeren Bariumsulfat-Probe 2 ist dieser
all geringer als bei der Probe 1. Bei größeren Beobachtungs-
keln hört die fallende Tendenz der zu größeren Einfallswin-
n gehörenden Kurven auf, die 60°-Kurve steigt bereits wieder

allen Messungen zusammen ergeben sich folgende Resultate:

Bei kleinen Einfallswinkeln nimmt die reduzierte relative Flächenhelligkeit von mittelgroßen Beobachtungswinkeln an gegen große Beobachtungswinkel hin ab.
Bei großen Einfallswinkeln nimmt die reduzierte relative Flächenhelligkeit spätestens ab mittelgroßen Beobachtungswinkeln gegen große Beobachtungswinkel hin zu. Die Stärke dieses Anstiegs hängt vom Druck und damit von der Packungsdichte und außerdem vom Material ab. Eine Ausnahme bilden hartgepreßte spiegelnde Proben, die im entsprechenden Beobachtungswinkelbereich auch für große Einfallswinkel fallende Meßkurven zeigen.

Probenoberflächen, die mit spiegelnden Stempeln unter hohem Druck erzeugt werden, spiegeln selbst, d.h. die remittierte Strahlung ist in der Umgebung des regulären Reflexionswinkels bedeutend größer als außerhalb dieser Richtung. Benützt man zum Pressen des Pulvers eine nicht spiegelnde Fläche, etwa eine Papierzwischenlage, so wird Spiegelglanz vermieden. Bei lockeren, rauhen Oberflächen tritt ebenfalls kein Spiegelglanz auf.

3. Bei lockeren Proben ergeben sich auch im Bereich kleiner Beobachtungswinkel fallende Meßkurven. Die Oberflächen dieser Kurven erscheinen bei Incidenz unter kleinen Winkeln bei schräger Beobachtung durchweg dunkler, bei schräger Beleuchtung werden sie zuerst auch mit wachsendem Beobachtungswinkel dunkler, bei größeren Beobachtungswinkeln aber wieder heller.

4. Hartgepreßte, nichtspiegelnde Rutil-Proben zeigen die kleinsten Abweichungen vom Lambertschen Emanationsgesetz, entsprechende Aerosil-Proben die größten. Dagegen zeigen äußerst lockere Rutil-Proben (Probe 5) größere Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz als äußerst lockere Aerosil-Proben (Probe 3), wenigstens für $\vartheta < 50^\circ$ und $\alpha < 50^\circ$.

5. Die Abweichungen vom Incidenzgesetz sind bei lockeren Proben und bei feinkörnigen Rutil-Proben beträchtlich, ändern sich aber bis $\vartheta = 50^\circ$ relativ wenig mit dem Beobachtungswinkel. Bei den nicht lockeren Bariumsulfat- und Magnesiumoxid-Proben sowie bei den Aerosil-Proben, die große Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz zeigen und bei denen sich die Meßkurven überschneiden, variieren die Abweichungen vom Incidenzgesetz stark mit dem Beobachtungswinkel.

In der Tabelle I sind die Abweichungen vom Emanationsgesetz im jeweiligen Winkelbereich in Prozent vom Bezugswert für alle Proben zusammengestellt.

e I

	Wellenlänge λ in nm	Glanzzahl γ	Glanz	Abweichung[1] vom cos ϑ - Gesetz in %				Herstellung d	Gruppe
				$\alpha=\vartheta$	$\alpha=30°$	$\alpha=45°$	$\alpha=60°$		
				$3° \leq \vartheta \leq 68°$	$6° \leq \vartheta \leq 68°$	$0° \leq \vartheta \leq 68°$	$0° \leq \vartheta \leq 68°$		
1	450	-	wenig	0,5	5,5	6,5	7,0	75-90 µm	3
2	450	-	wenig	1,0	2,0	6,0	14,0	<50 µm	3
3	450	10,6	ja	5,0	7,0	12,0	40,0	<42 µm	1b
4	450	1,9	ja	5,0	7,5	4,0	7,0	<42 µm	4c/1a
5	450	1,005	nein	7,0	10,0	7,0	4,0	<42 µm	4c
6	450	1,080	wenig	3,5	8,0	18,5	44,0	<42 µm	-
7	450	1,040	nein	2,5	10,0	17,0	32,5	<42 µm	1a
1	450	1,010	wenig	1,0	6,0	8,0	6,0	<42 µm	3
2	450	1,015	nein	4,6	1,9	3,9	20,0	<42 µm	1a
3	450	1,030	nein	6,0	3,5	3,0	16,0	<42 µm	1a
4	450	1,010	nein	11,5	17,0	15,0	9,5	<42 µm	4c
5	450	0,998	nein	10,0	17,5	17,5	13,5	<42 µm	4b
6	450	1,015	nein	4,0	3,6	1,0	16,0	42-50 µm	2a
7	450	1,020	nein	3,0	5,2	4,7	2,0	<42 µm	1a
8	450	1,025	nein	2,7	3,6	3,3	3,6	<42 µm	1a
1	450	1,040	nein	3,5	4,0	16,0	35,0	<42 µm	1a
2	450	1,045	nein	4,0	2,0	9,0	28,5	<42 µm	2a
3a	550	1,038	nein	6,4	4,0	19,0	37,0	<42 µm	1a
3b	550	1,060	nein	8,2	4,5	27,5	49,0	aufgeraucht	
il								spez. Oberfläche in m^2/g	
1	401	1,045	nein	7,0	3,0	21,5	53,5	106	4a
2	401	1,060	nein	3,0	5,0	14,5	33,0	38	4a
3	401	1,033	nein	5,0	5,0	3,5	15,0	38	4b
4	401	1,047	nein	3,0	7,5	13,0	56,0	38	2a
5	401	1,383	ja	1,0	6,5	15,0	40,0	38	1b

anzspitzen wurden nicht berücksichtigt

15. Theoretische Deutung der Meßergebnisse.

15.1. Deutung der Glanzspitzen mit Hilfe der Bouguerschen Elementarspiegelhypothese.

Die Proben der Gruppe 1b und 3 zeigen Spiegelglanz. Das Auftreten von Glanzspitzen in regulärer Reflexionsrichtung kann leicht verstanden werden, wenn man die Bouguersche Elementarspiegelhypothese heranzieht. Nach Bouguer kommt die unter dem Beobachtungswinkel ϑ gemessene Strahlung von all jenen Elementarspiegeln, die geeignet liegen, d.h., deren Flächennormale den Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Einfallsrichtung gerade halbiert. Das unter dem makroskopisch regulären Reflexionswinkel $\vartheta = \alpha$ remittierte Licht kommt also von solchen Elementarspiegeln, deren Orientierungswinkel Null ist, d.h. deren reflektierende Fläche parallel zur makroskopischen Oberfläche liegt. Das Auftreten von Glanzspitzen bedeutet nun, daß besonders viele Spiegelchen dieser Orientierung vorhanden sind: Die Verteilung der Orientierungswinkel der Elementarspiegel ist für spiegelnde Proben keine Gleichverteilung, die Verteilungsfunktion hat vielmehr ein Maximum für den Orientierungswinkel Null. Die Probenoberfläche ist dementsprechend glatt. Je ausgeprägter die Glanzspitzen sind, umso ausgeprägter wird das Maximum der Verteilungsfunktion sein, und umgekehrt. Die unterschiedliche Höhe der Glanzspitzen der Proben von Gruppe 3 und Gruppe 1b ist aus der Art der Probenherstellung verständlich, ebenso wie das Auftreten einer von der Gleichverteilung abweichenden Verteilungsfunktion überhaupt. Durch den Druck mit der glatten Glasplatte und erst recht durch den starken Druck mit dem glatten Messingstempel werden besonders viele Elementarspiegelflächen parallel zur makroskopischen Oberfläche ausgerichtet. Allgemein überwiegen in diesem Fall kleine Orientierungswinkel gegenüber großen. Die Höhe der Glanzspitzen hängt somit vom aufgewendeten Druck ab.

Die Zunahme der Glanzspitzenhöhe mit wachsendem Einfallswinkel ist ebenfalls verständlich. Sie beruht letztlich auf der Zunahme des Fresnelschen Reflexionskoeffizienten mit wachsendem Einfallswinkel. Das Quadrat dieses Koeffizienten wächst bekanntlich vom regulären Reflexionsvermögen, welches dem Winkel-

ar $(0^o,0^o)$ zugeordnet ist, auf den für streifenden Einfall
$0^o,90^o$) gültigen Wert 1. Indem bei größeren Einfallswinkeln
der Elementarspiegel einen größeren Anteil des einfallenden
chtes reflektiert, muß auch die Gesamtwirkung aller zur
krooberfläche parallelen Elementarspiegel bei schräger
rdendem Lichteinfall zunehmen: Die Glanzspitzen müssen mit
chsendem Einfallswinkel höher werden.

..2. Berechnung einer "regulären" relativen Flächenhelligkeit nach der Bouguerschen Elementarspiegelhypothese.

uguer glaubte, man könne die diffuse Reflexion und damit das
mbert-Gesetz auf reguläre Reflexion an statistisch orientier-
n Elementarspiegeln zurückführen. Um dies zu prüfen, soll die
s dieser Vorstellung folgende Flächenhelligkeit berechnet
rden, um festzustellen, ob sie bezüglich des Beobachtungs-
nkels konstant ist, wie es das Lambert-Gesetz verlangt. Da
e Verteilungsfunktion der Elementarspiegel-Orientierung un-
kannt ist, soll zunächst eine Gleichverteilung angenommen
rden; nachträglich soll das Ergebnis durch Annahme einer
lausiblen Verteilungsfunktion modifiziert werden.

on den gemessenen Proben haben die, welche Glanzspitzen zei-
en, sicher keine Gleichverteilung aufzuweisen, sondern eine
rteilungsfunktion mit scharfem Maximum für den Orientierungs-
inkel $\varepsilon = 0$. Die Verteilungsfunktion der Proben der Gruppen
a und 2a dürfte dagegen infolge der Papierzwischenlage kein
usgeprägtes Maximum besitzen, wie auch aus dem Fehlen von
lanzspitzen ersichtlich ist. Dennoch braucht auch bei diesen
roben keine völlige Gleichverteilung vorzuliegen.

us Überlegungen von Grabowski[1] geht hervor, daß eine zirkular-
iffuse Remission, welche dem Lambert-Gesetz ideal gehorcht,
icht durch die Bouguersche Elementarspiegelhypothese erklärt
erden kann, gleichgültig, welche Verteilungsfunktion vorliegt.

) L. Grabowski, Astrophys.J. 39, 299 (1914)

Grabowski beschreitet dabei einen indirekten Beweisweg; hier dagegen soll die Flächenhelligkeit direkt berechnet werden, wie sie sich aus der Bouguerschen Vorstellung unter Annahme der Gültigkeit der Fresnelschen Formeln für die Elementarspiegel ergibt. Damit soll geklärt werden, ob die Bouguersche Vorstellung im Einklang oder im Widerspruch zum Lambert-Gesetz steht.

Nach Fresnel gilt für die an einem Elementarspiegel regulär reflektierte Strahlungsleistung

$$dI_{aus}(i') = \varrho^2(i)\, dI_{ein}(i) \qquad (16)$$

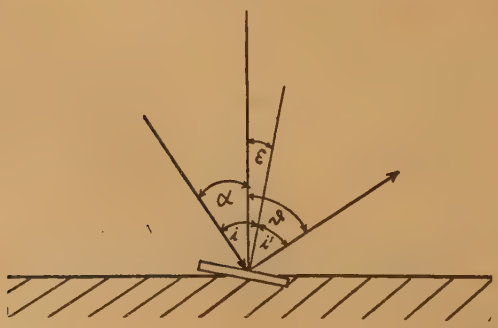
wobei $\varrho^2(i)$ durch Gleichung (10) zu berechnen ist.
Nach Snellius sind Incidenzwinkel i und Reflexionswinkel i' einander gleich. Den Zusammenhang zwischen dem Incidenzwinkel i auf den Elementarspiegel und den makroskopischen Einfalls- und Beobachtungswinkel erhält man, wenn man mit Bouguer annimmt, daß zur Reflexion in die Richtung ϑ nur solche Elementarspiegel beitragen, deren Flächennormale den Winkel zwischen Einfalls- und Beobachtungsrichtung halbiert. Daraus folgt unmittelbar:

$$i' + i = 2i = \alpha + \vartheta$$

$$i = \frac{\alpha + \vartheta}{2} \qquad (17)$$

Außer Relation (17) läßt sich aus der folgenden Figur 2 auch sofort der Zusammenhang des Orientierungswinkels ε der in die ϑ- Richtung reflektierenden Elementarspiegel mit dem makroskopischen Einfallswinkel und Beobachtungswinkel ablesen:

$$\varepsilon + i' = \vartheta \sim \varepsilon = \vartheta - \frac{\vartheta + \alpha}{2} \sim \varepsilon = \frac{\vartheta - \alpha}{2} \qquad (18)$$



Figur 2

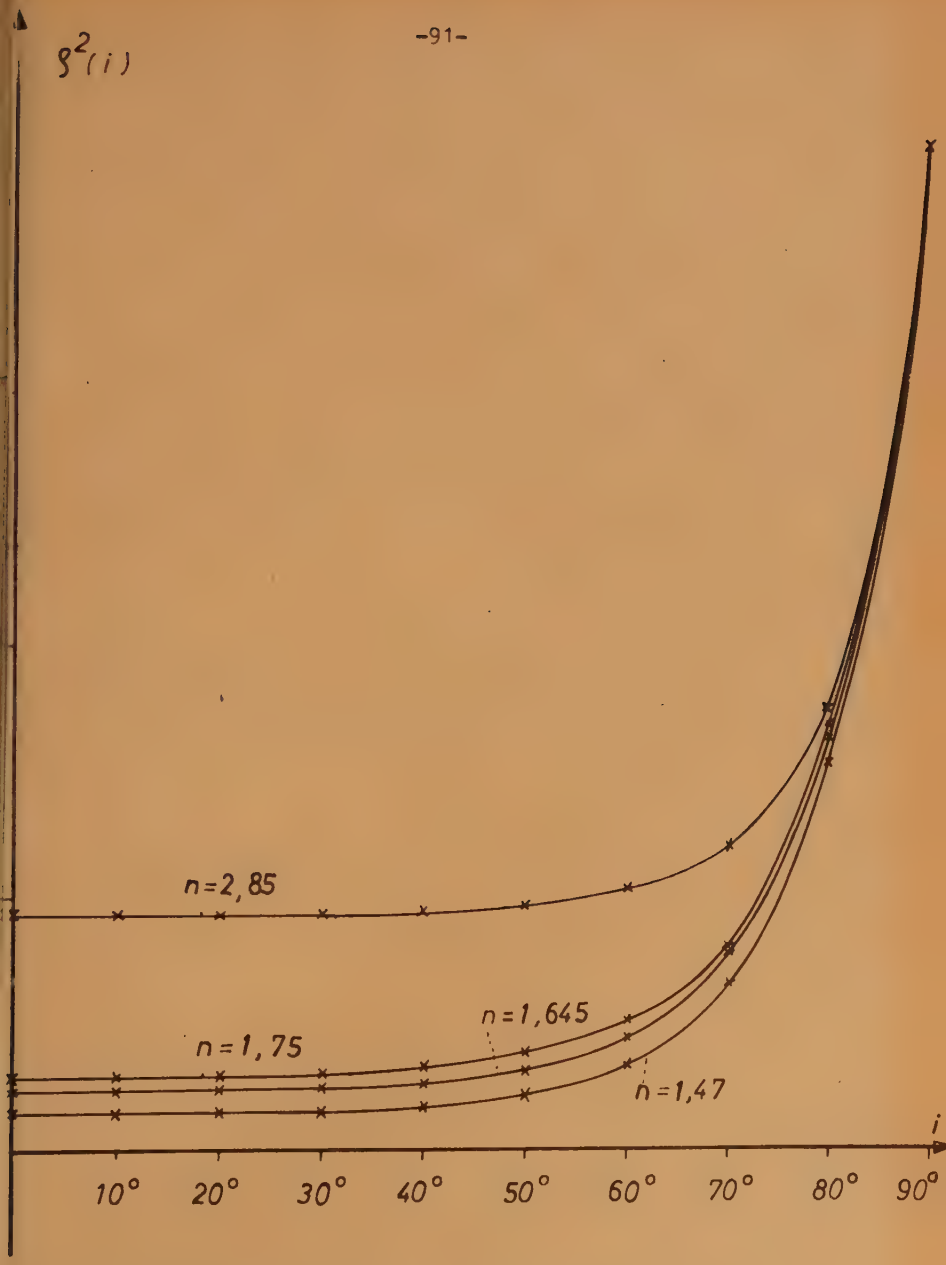


Abb. 2 Fresnel-Kurven

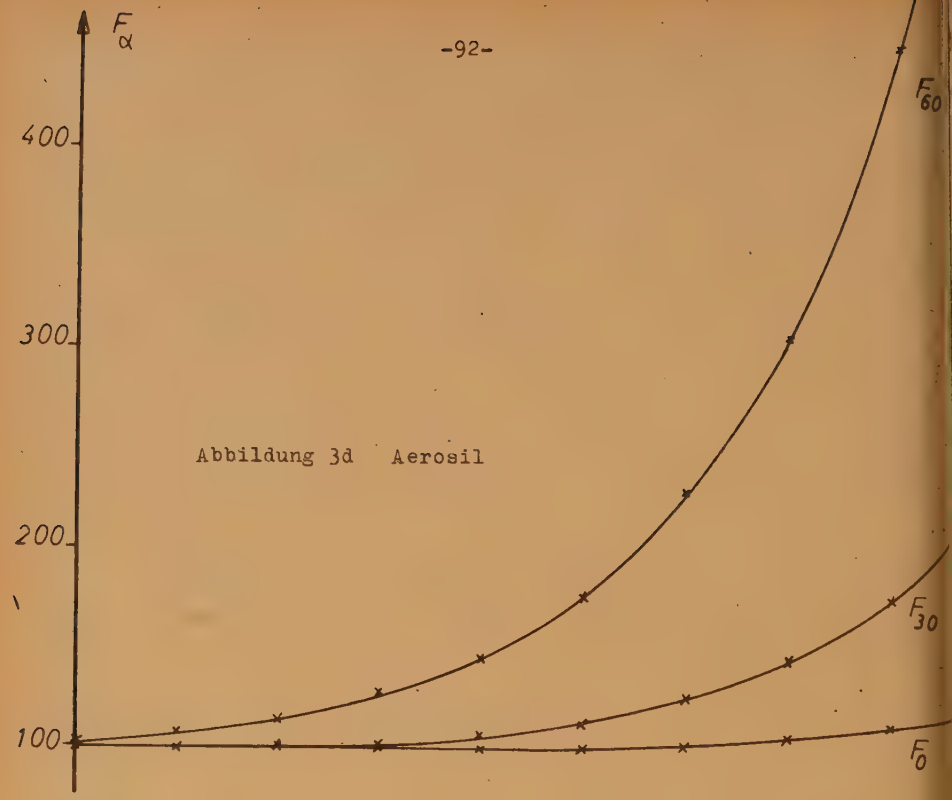


Abbildung 3d Aerosil

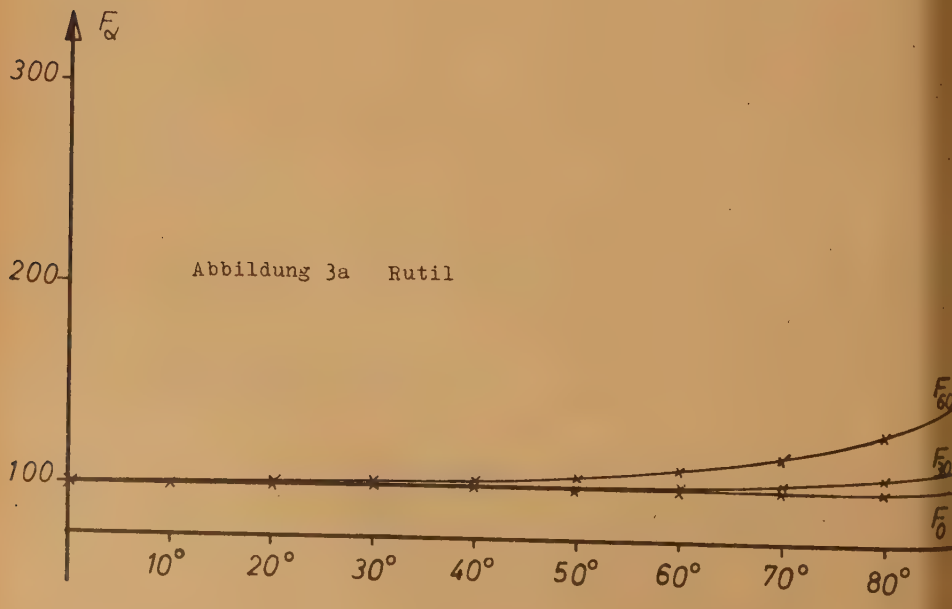


Abbildung 3a Rutil

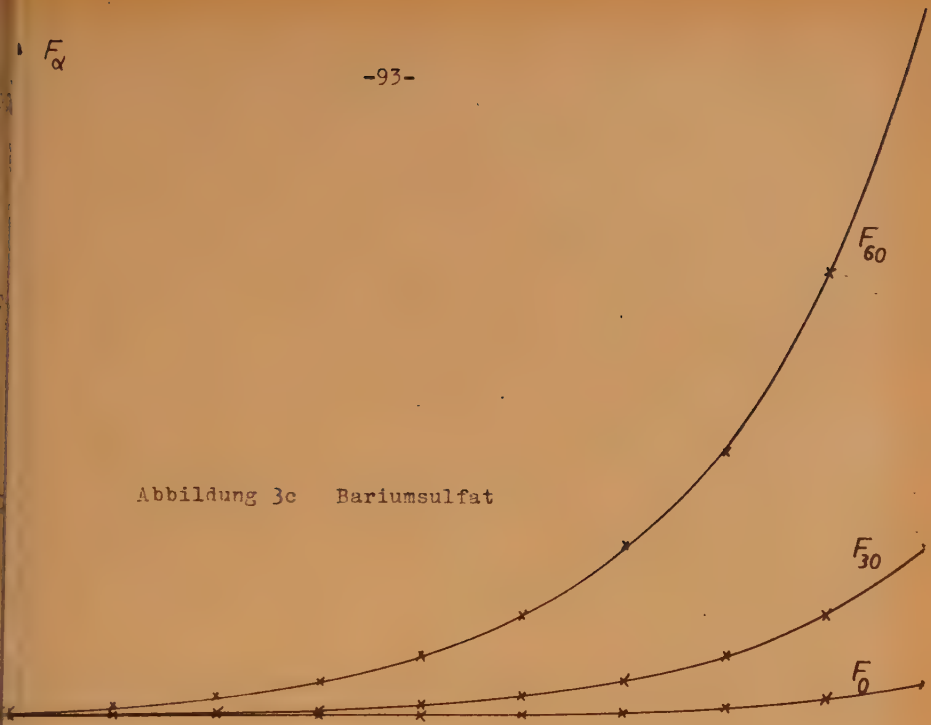


Abbildung 3c Bariumsulfat

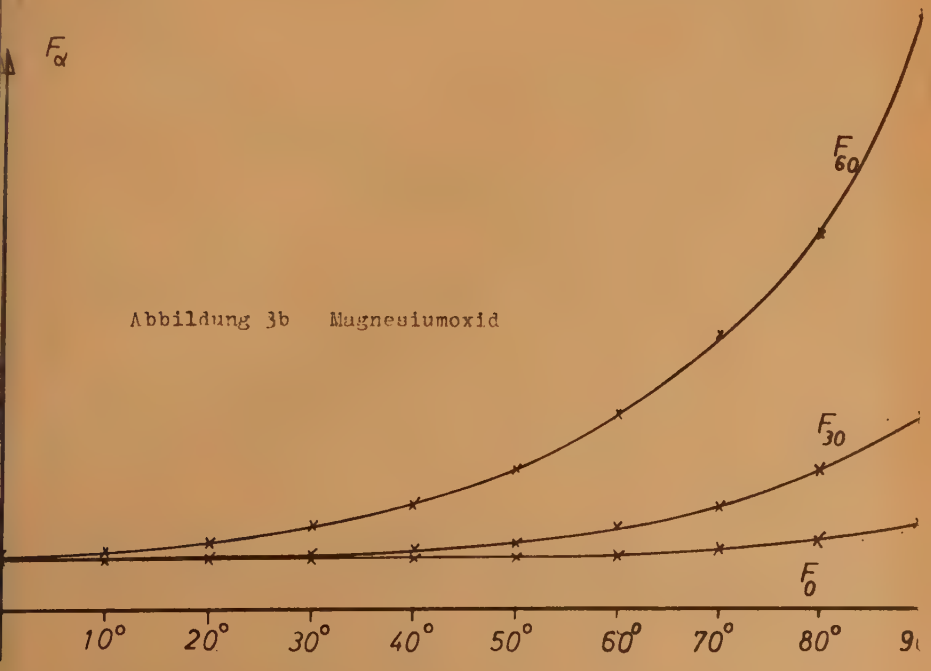


Abbildung 3b Magnesiumoxid

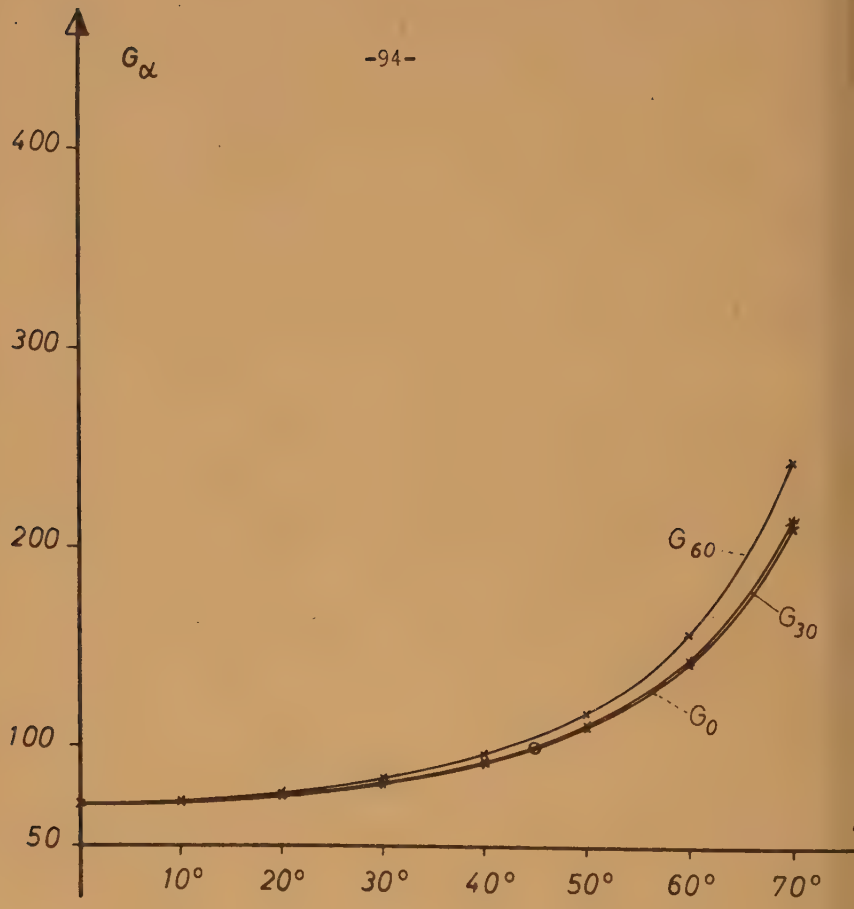


Abb. 4a Reguläre Flächenhelligkeit von Rutil (Relativwerte)

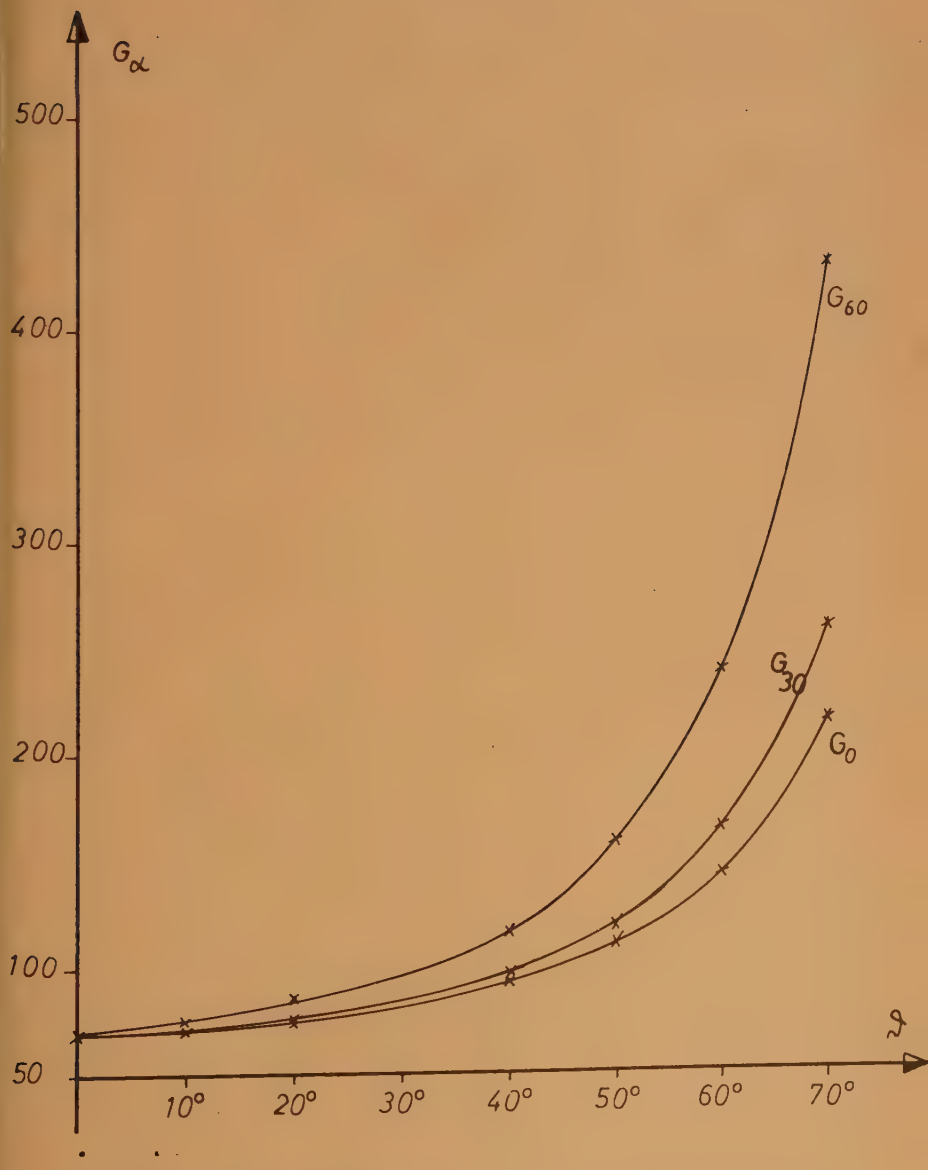


Abb. 4b Reguläre Flächenhelligkeit von Magnesiumoxid

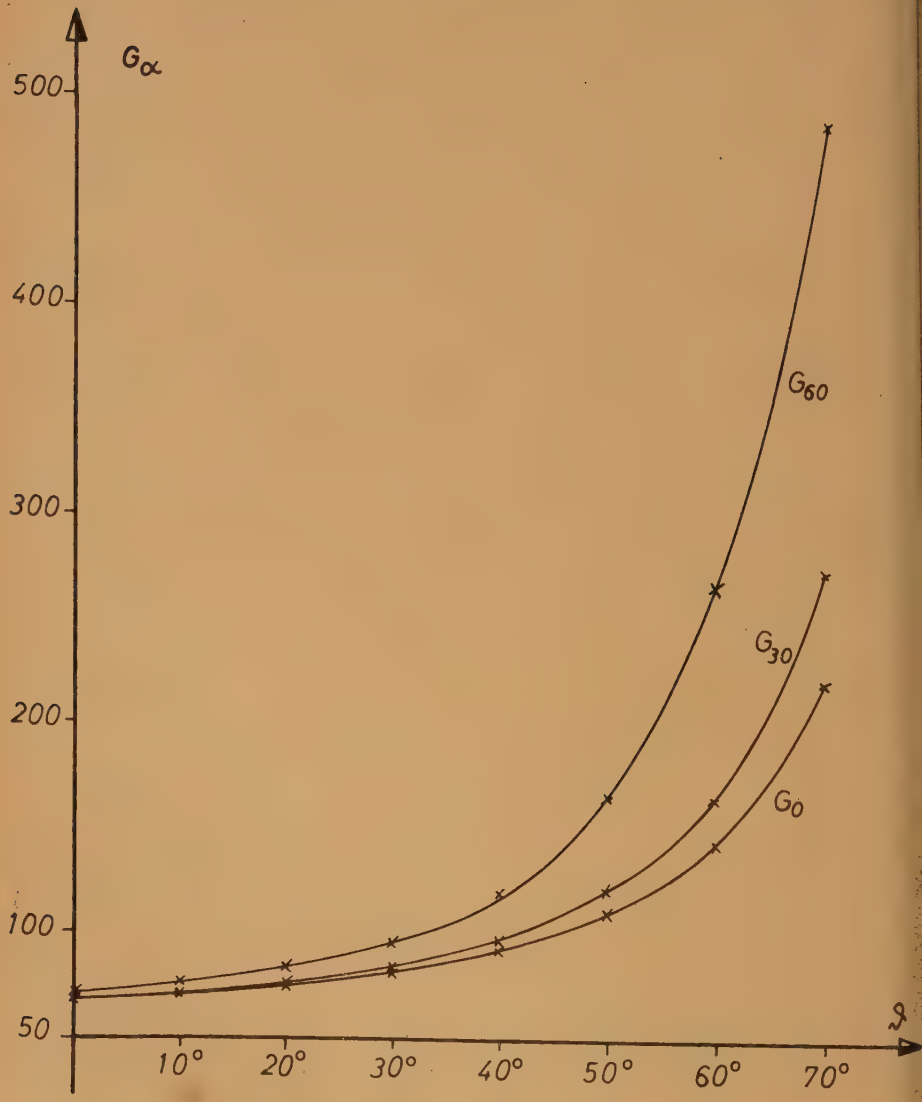


Abb. 4c Reguläre Flächenhelligkeit von Bariumsulfat

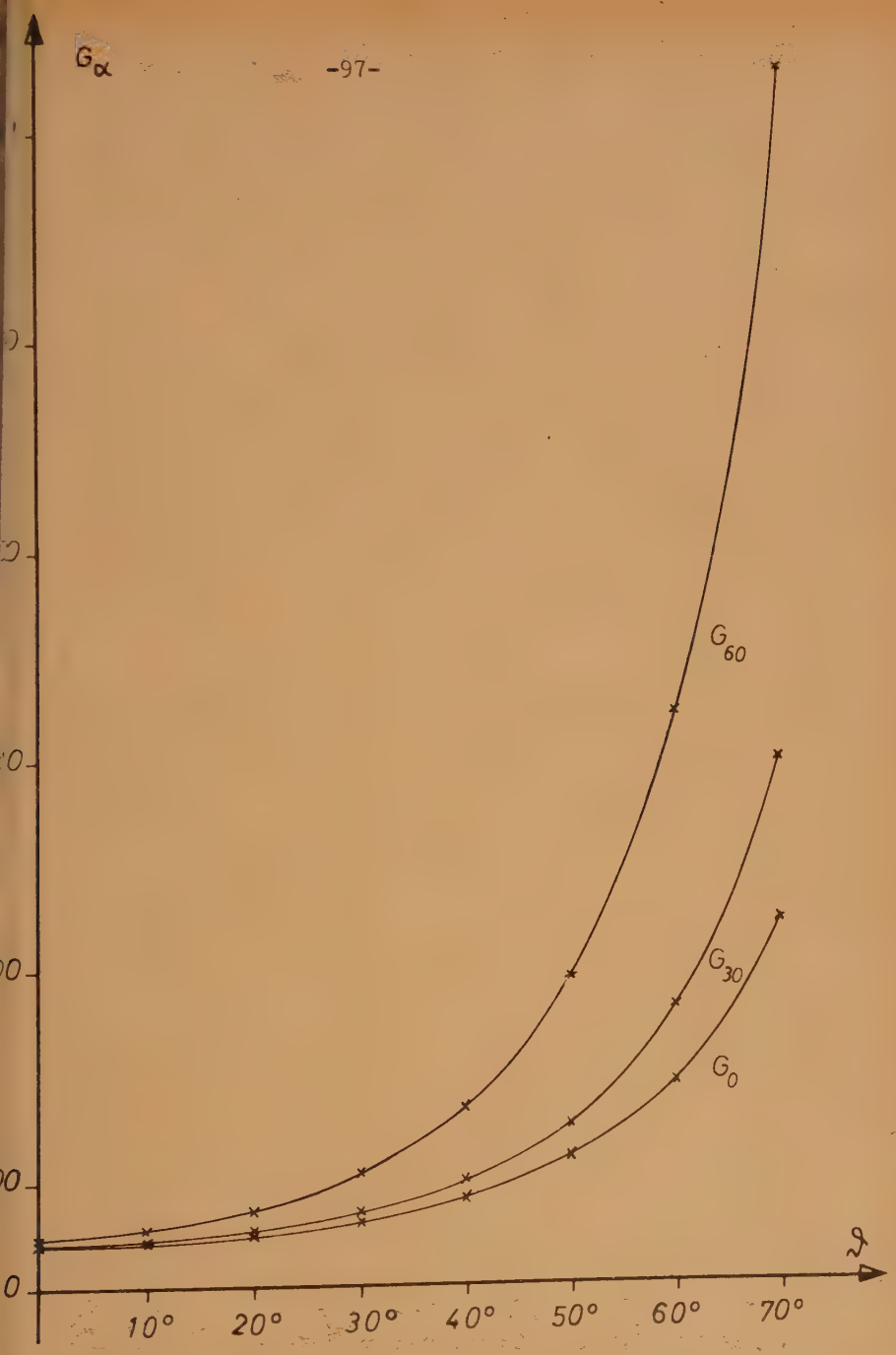


Abb. 4d Reguläre Flächenhelligkeit von Aerosil

Tabelle 1: Fresnel-Kurven $\varrho^2(i)$

i	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
n = 1,47	0,03621	0,03625	0,03630	0,03769	0,04169	0,0533	0,0841	0,1653	0,3824
n = 1,645	0,05947	0,05963	0,05979	0,06116	0,06599	0,07890	0,1121	0,1949	0,4066
n = 1,75	0,07438	0,07459	0,0748	0,0762	0,0811	0,0945	0,1275	0,1952	0,4156
n = 2,85	0,2309	0,2312	0,2316	0,2321	0,2345	0,2406	0,2572	0,3000	0,4333

Tabelle 2c: Bariumsulfat; λ = 450 nm; n ≈ 1,645

ϑ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
F_0	98,9	99,0	99,2	99,3	99,4	100,6	101,7	105,6	109,8	116,4	α = 0
G_0	69,9	71,1	74,6	81,1	91,8	110,7	143,8	218,3	447,2	∞	
F_{30}	99,3	99,4	100,6	101,7	105,6	109,8	116,4	131,2	149,7	186,4	α =30
G_{30}	70,2	71,4	75,7	83,0	97,5	120,8	164,6	271,3	609,8	∞	
F_{60}	101,7	105,6	109,8	116,4	131,2	149,7	186,4	232,8	324,1	462,3	α =60
G_{60}	71,9	75,8	82,6	95,0	121,1	164,7	263,6	481,3	1320	∞	

Tabelle 2a: Rutil; λ = 450 nm; n ≈ 2,85

F_0	99,6	99,7	99,7	99,8	99,9	100,0	100,1	100,7	101,2	102,5	α = 0
G_0	70,4	71,6	75,0	81,5	92,2	110,0	141,6	208,2	412,2	∞	
F_{30}	99,8	99,9	100,0	100,1	100,7	101,2	102,5	103,8	107,0	111,0	α =30
G_{30}	70,6	71,7	75,3	81,7	93,0	111,3	145,0	214,6	435,8	∞	
F_{60}	100,1	100,7	101,2	102,5	103,8	107,0	111,0	116,9	129,4	152,1	α =60
G_{60}	70,8	72,3	76,2	83,7	95,8	117,7	157,0	241,7	527,1	∞	

Tabelle 2b: Magnesiumoxid; λ = 450 nm; n ≈ 1,75

F_0	98,9	99,1	99,2	99,3	99,5	100,4	101,3	104,7	107,9	116,8	α = 0
G_0	69,9	71,2	74,6	81,1	91,8	110,4	143,3	216,5	439,5	∞	
F_{30}	99,3	99,5	100,4	101,3	104,7	107,9	116,8	125,7	143,6	169,6	α =30
G_{30}	70,2	71,4	75,6	82,7	96,6	118,7	165,2	259,9	584,9	∞	
F_{60}	101,3	104,7	107,9	116,8	125,7	143,6	169,6	210,1	259,6	372,3	α =60
G_{60}	71,6	75,2	81,2	95,4	116,0	158,0	239,8	434,4	1057,0	∞	

Tabelle 2d: Aerosil; λ = 450 nm; n ≈ 1,47

F_0	98,8	98,9	98,9	99,0	99,1	101,0	102,8	108,3	113,8	128,2	α = 0
G_0	69,9	71,0	74,4	80,8	91,5	111,1	145,4	223,9	463,5	∞	
F_{30}	99,0	99,1	101,0	102,8	108,3	113,8	128,2	145,4	177,4	229,5	α =30
G_{30}	70,0	71,2	76,0	83,9	100,0	125,2	181,3	300,6	722,6	∞	
F_{60}	102,8	108,3	113,8	128,2	145,4	177,4	229,5	307,0	451,0	671,2	α =60
G_{60}	72,7	77,8	85,6	104,7	134,2	195,1	324,6	634,7	1837,0	∞	

Tabelle 3 Inzidenzwinkel i und Orientierungswinkel ε von Elementarspiegeln, die in die Beobachtungsrichtung reflektieren.

ϑ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
i für $\alpha = 0^\circ$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ε für $\alpha = 0^\circ$	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45
i für $\alpha = 30^\circ$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ε für $\alpha = 30^\circ$	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30
i für $\alpha = 60^\circ$	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
ε für $\alpha = 60^\circ$	30	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15

Tabelle 4 Relative reguläre Flächenhelligkeit von Rutil.

	$c_1 = 0{,}001$			$c_2 = 0{,}0006$			Rutil - Probe 2		
ϑ	H_o	H_{30}	H_{60}	H_0	H_{30}	H_{60}	$B_{rel,0}$	$B_{rel,30}$	$B_{rel,60}$
0°	116,1	93,2	47,5	95,4	83,6	55,9	-	-	46,0
10°	115,5	107,0	64,0	95,6	91,5	67,3	-	83,8	46,0
20°	111,9	121,4	84,3	95,7	100,5	81,2	-	83,8	46,0
30°	107,6	134,8	110,5	96,5	110,7	99,1	-	83,8	46,4
40°	101,9	150,0	143,0	98,3	124,1	122,2	100,0	84,0	47,5
50°	97,4	166,1	189,8	102,4	142,0	157,1	99,6	84,0	49,2
60°	95,0	191,5	259,0	111,8	171,7	212,7	98,0	84,0	52,0
70°	101,1	237,3	389,8	135,3	228,7	322,6	-	-	-

Aus den Gleichungen (10) und (9) geht hervor, daß $\rho^2(i)$ von der Brechzahl n und damit vom Material abhängig ist. Die Brechzahlen für die vier untersuchten Weißstandard-Pulver wurden der Literatur entnommen. Da Rutil, Bariumsulfat und Magnesiumoxid zu den nicht regulären Kristallsystemen gehören und daher mehrfachbrechend sind, die Kriställchen im Pulver aber gemäß einer Verteilungsfunktion über alle Richtungen verteilt liegen, wurde eine mittlere Brechzahl abgeschätzt. Damit wurde auf große Genauigkeit verzichtet. Für Bariumsulfat wurde mit n = 1,645 gerechnet, für Magnesiumoxid mit n = 1,75. Für Rutil konnte zur Wellenlänge λ = 450 nm, bei der die goniophotometrischen Messungen durchgeführt wurden, keine Angabe über die Brechzahl gefunden werden; stattdessen wurden die zu λ = 486 nm angegebenen Brechzahlen zu n = 2,85 gemittelt. Da Rutil zwischen λ = 486 nm und λ = 450 nm jedenfalls nicht stark absorbiert, mag dieses Vorgehen wenigstens für eine Näherungsrechnung möglich sein. Aerosil hat als SiO_2-Glaspulver für λ = 401 nm die Brechzahl n = 1,47.

Die Abbildung 2 zeigt die nach der Fresnelschen Formel (10) mit den genannten Brechzahlen berechneten $\rho^2(i)$ - Kurven; die zugehörigen Zahlenwerte sind in der Tabelle 1 angegeben. Wie man sieht, verläuft die Fresnel-Kurve für Rutil im Anfangsteil am konstantesten. Sie geht erst bei größeren Incidenzwinkeln in einen stark ansteigenden Verlauf über. Der starke Anstieg beginnt dagegen bei Magnesiumoxid, Bariumsulfat und Aerosil in dieser Reihenfolge schon bei immer kleineren Einfallswinkeln. Dieser unterschiedliche Verlauf der Fresnel-Kurven ist eine unmittelbare Folge der in der Reihenfolge Rutil, Magnesiumoxid, Bariumsulfat und Aerosil abnehmenden Brechzahl. In derselben Reihenfolge nimmt nämlich auch das nach Gleichung (11) berechenbare reguläre Reflexionsvermögen ab, welches ja den Anfangswert der Fresnelkurve angibt. Während also der Anfangswert für Aerosil am tiefsten, für Rutil am höchsten liegt, gilt für die Kurven aller vier Stoffe:

$$\lim_{i \to 90} \rho^2(i) = 1$$

Es sei nun dF die zur Messung herangezogene Fläche, die ganz

innerhalb der ausgeleuchteten Fläche dF' liegt, und zwar für jeden Einfallswinkel $0^\circ \leq \alpha \leq 68^\circ$ und jeden Beobachtungswinkel $0^\circ \leq \vartheta \leq 68^\circ$. In das vom Empfänger begrenzte Raumwinkelelement $d\omega_{aus}$ um die ϑ - Richtung reflektieren alle Elementarspiegel, deren Flächennormale in ein gewisses Raumwinkelelement $d\omega_\varepsilon$ um den durch (18) gegebenen Orientierungswinkel ε fällt. Die effektive reflektierende Fläche ist daher gegeben durch

$$dF_{eff} = qf(\varepsilon) \cdot d\omega_\varepsilon \cdot dF \qquad (19)$$

wenn $f(\varepsilon)$ die Verteilungsfunktion der Elementarspiegel und q den (dimensionslosen) Flächenanteil eines Elementarspiegels an der Gesamtfläche bedeuten.

Die in Relation (16) eingehende einfallende Strahlungsleistung ist daher gegeben durch

$$dI_{ein} = dF_{eff} \cdot S_{i=0} \cdot \cos i \, d\omega_{ein} \qquad (20) \,,$$

wobei $S_{i=0}$ die senkrecht auf die Flächeneinheit auftreffende Strahlungsstärke bedeutet. [1)]

Die sphärische Trigonometrie liefert für die Raumwinkelelemente $d\omega_\varepsilon$ und $d\omega_{aus}$ die Beziehung

$$d\omega_\varepsilon = \frac{1}{4\cos i} \, d\omega_{aus} \qquad (21)$$

Setzt man (21) in (19), (19) in (20) und (20) in (16) ein, so folgt

$$dI_{aus} = \rho^2(i) \, f(\varepsilon) \cdot q \cdot \frac{d\omega_{aus}}{4\cos i} \cos i \, dF \, S_{i=0} \, d\omega_{ein}$$

$$dI_{aus} = \rho^2(i) \, f(\varepsilon) \cdot Const \cdot dF \, d\omega_{aus} \qquad (22)$$

$$\text{wobei } Const = \frac{q}{4} S_{i=0} \, d\omega_{ein}$$

Setzt man $f(\varepsilon) = const$, nimmt man also eine Gleichverteilung an, so folgt aus Gleichung (22) für die durch

$$dI_{aus}(\alpha=0, \vartheta=45^\circ) = 100\ \%$$

normierte reflektierte Strahlungsleistung:

---

1) Senkrechte Incidenz auf einen Elementarspiegel erhält man nur im Falle senkrechter Incidenz auf die Makrooberfläche, denn i ist genau dann Null, wenn $\alpha = \vartheta = 0$.

$$dI_{aus\ rel} = \frac{100 \cdot \rho^2\left(\frac{\alpha+\vartheta}{2}\right)}{\rho^2(22{,}5^\circ)} \equiv F_{n,\alpha}(\vartheta) \qquad (23)$$

Vergleicht man (22) mit (1), so folgt

$$Const \cdot \rho^2(i)\ f(\varepsilon) \cdot dF\ d\omega_{aus} = B \cos\vartheta\ dF\ d\omega_{aus}$$

$$B_{reg}(\vartheta) = \frac{Const \cdot \rho^2(i)\ f(\varepsilon)}{\cos\vartheta}$$

Setzt man wiederum $B_{reg}(\alpha=0, \vartheta=45^\circ) = 100\ \%$,

so wird $$B_{reg\ rel}(\vartheta) = 100 \cdot \frac{\rho^2\left(\frac{\alpha+\vartheta}{2}\right)\ f\left(\frac{\vartheta-\alpha}{2}\right) \cdot \frac{1}{\cos\vartheta}}{\rho^2(22{,}5)\ f(22{,}5)\ \frac{1}{\cos 45^\circ}} \qquad (24)$$

Unter Annahme einer Gleichverteilung, also $f(\varepsilon)$=const folgt

$$B_{reg\ rel}(\vartheta) = 100 \cdot \frac{\cos 45}{\cos\vartheta}\ \frac{\rho^2\left(\frac{\vartheta+\alpha}{2}\right)}{\rho^2(22{,}5^\circ)} \equiv G_{n,\alpha}(\vartheta) \qquad (24a)$$

Aus (23) und (24a) ergibt sich: $G_{n,\alpha}(\vartheta) = \frac{\cos 45}{\cos\vartheta} \cdot F_{n,\alpha}(\vartheta)$ (25)

Die in den Abbildungen 4a-d dargestellten Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ bedeuten also die relative Flächenhelligkeit, wie sie aus der Bouguerschen Hypothese für den Fall einer Gleichverteilung folgt. Sie entstehen aus den in den Abbildungen 3a-d gezeichneten materialabhängigen Funktionen $F_{n,\alpha}(\vartheta)$ durch Multiplikation mit dem rein geometrischen Faktor $\frac{\cos 45^\circ}{\cos\vartheta}$ und sind daher selbst materialabhängig.

Die Funktionen $F_{n,\alpha}(\vartheta)$ müssen grundsätzlich inkonstant bezüglich ϑ sein, weil die in Abbildung 2 dargestellten Fresnelkurven inkonstant sind und durch die Winkelrelation (17) lediglich bewirkt wird, daß nur der Anfangsteil dieser Fresnelkurven den goniometrischen Verlauf der regulären relativen Flächenhelligkeit bestimmt. Durch den geometrischen Faktor $\frac{\cos 45}{\cos\vartheta}$ wird der Anstieg der $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven noch steiler als der der entsprechenden $F_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven. Es gilt sogar für jeden Einfallswinkel α:

$$\lim_{\vartheta \to 90^\circ} G_{n,\alpha}(\vartheta) = \infty \qquad (26)\,,$$

denn $\frac{\cos 45^\circ}{\cos \vartheta}$ übersteigt für $\vartheta \to 90^\circ$ alle Grenzen, während die $F_{n,\alpha}(\vartheta)$ beschränkte Funktionen ohne Nullstellen sind.

Damit ist gezeigt, daß die Bouguersche Hypothese, jedenfalls im Falle einer Gleichverteilung, keine konstante Flächenhelligkeit ergibt und deshalb mit dem Lambert-Gesetz für diesen Fall unvereinbar ist.

Berücksichtigt man nach Gleichung (24) eine irgendwie plausibel gewählte inkonstante Verteilungsfunktion, so daß

$$H_{n,\alpha}(\vartheta) = G_{n,\alpha}(\vartheta)\,\frac{f(\varepsilon)}{f(22{,}5^\circ)}$$

wird, so gilt jedenfalls für $\lim_{\vartheta \to 90^\circ} f(\varepsilon) \neq 0$ ebenfalls

$$\lim_{\vartheta \to 90^\circ} H_{n,\alpha}(\vartheta) = \infty \qquad (26a)$$

für alle α

Bislang wurden für die Verteilungsfunktionen folgende Ansätze gemacht:

$f_1(\varepsilon) = Ae^{-c^2\varepsilon^2}$ 1)

$f_2(\varepsilon) = Ae^{-c^2 tg^2\varepsilon}$ 2) Gaußverteilung

$f_3(\varepsilon) = A(k+\cos\vartheta)\, e^{-c^2 tg^2\varepsilon}$ 3)

Für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ und $0^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ gilt $-45^\circ \leq \varepsilon \leq 45^\circ$

Keine dieser Funktionen kann im Intervall $-45^\circ \leq \varepsilon \leq 45^\circ$ Null werden. Es ist auch nicht einsichtig, daß es zu irgendeinem Orientierungswinkel ε aus dem genannten abgeschlossenen Intervall keine Elementarspiegel geben sollte. Das Fehlen von Nullstellen ist daher von jeder angesetzten Verteilungsfunktion $f(\varepsilon)$ zu verlangen.

Daher folgt aus (26a) ganz allgemein, daß die Bouguersche

---

1) Rense, J.opt.Soc. Am. 40, 55 (1950)
2) Berry, J.opt.Soc. Am. 7, 627 (1923)
3) Schulz, Z.Physik 31, 496 (1925)

Hypothese mit dem Lambert-Gesetz unvereinbar ist, denn die aus dieser Hypothese folgende reguläre Flächenhelligkeit ist nicht konstant, gleichgültig, welche Verteilungsfunktion für die Elementarspiegel-Orientierung angenommen wird. Dieses Ergebnis hat bereits Grabowski mit einem indirekten Beweis erhalten.
Es sei vermerkt, daß zur Berechnung der Funktionen $F_{n,\alpha}(\vartheta)$ die Gültigkeit der Fresnelschen Gleichungen für die Reflexion am Elementarspiegel vorausgesetzt ist. [1]

15.3. Vergleich der nach der Bouguer-Hypothese berechneten regulären relativen Flächenhelligkeit mit der gemessenen relativen Flächenhelligkeit.

Die Bouguersche Elementarspiegelhypothese ist, wie gezeigt, nicht in der Lage, die ideal diffuse Reflexion, die dem Lambert-Gesetz exakt gehorcht, zu erklären. Aus den Messungen geht jedoch hervor, daß eine ideal diffuse Reflexion auch nicht beobachtet wird. Es bleibt somit die Frage offen, ob und inwieweit die Bouguersche Hypothese die tatsächlich beobachtete Remission zu deuten vermag, ob sie also die Abweichungen vom Lambert-Gesetz erklärlich machen kann.

Die in die Rechnung eingehende Strahlungsleistungsdichte $S_{i=0}$ ist auf den Querschnitt des einfallenden Lichtbündels bezogen und daher unabhängig vom Einfallswinkel α, denn der Querschnitt wird bei dem angewendeten Verfahren konstant gehalten. Die berechneten Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ hängen somit zwar über die Winkelrelation (17) vom Einfallswinkel α ab, aber nicht explizit von $\cos\alpha$. Sie sind mit der direkt gemessenen relativen Flächenhelligkeit $B_{rel}(\vartheta)$ zu vergleichen.

Die auftreffende Strahlungsleistung hängt zwar zunächst von $\cos i$ ab, da aber bei schräger Incidenz gemäß der trigonometrischen Relation (21) $\frac{1}{4\cos i}$ - mal mehr Elementarspiegel zur Reflexion in das vom Empfänger begrenzte Raumwinkelelement beitragen, hängt die reguläre Flächenhelligkeit auch nicht explizit von $\cos i$ ab.

Die Tabellen 2a-d und die Abbildungen 4a-d zeigen, daß für alle vier Weißstandards und für alle Einfallswinkel die re-

1) Berry hat diese Gültigkeit in Zweifel gezogen.

gulären relativen Flächenhelligkeitskurven mit wachsendem Einfallswinkel ansteigen, und zwar umso steiler, je größer der Einfallswinkel ist. Es ist für alle Beobachtungswinkel $G_{60} > G_{30} > G_0$, d.h. jede zu einem kleineren Einfallswinkel gehörende Kurve verläuft ganz unterhalb einer zu einem größeren Einfallswinkel gehörenden Kurve. Die Auffächerung der Kurven, die für $\vartheta = 0^\circ$ relativ gering ist, nimmt mit wachsendem Beobachtungswinkel monoton zu. Gegenüber den gemessenen $B_{rel}(\vartheta)$-Kurven ergeben sich einige Abweichungen:

1) Im Bereich kleiner Beobachtungswinkel hängt die reguläre relative Flächenhelligkeit, berechnet unter Annahme einer Gleichverteilung, wesentlich weniger vom Einfallswinkel ab als die gemessene Flächenhelligkeit eines real diffusen Reflektors, dessen Flächenhelligkeit dort etwas stärker mit wachsendem Einfallswinkel abfällt als die des ideal diffusen Reflektors, also stärker als mit $\cos\alpha$. Es bleibt zu prüfen, ob unter dem Einfluß einer nichtkonstanten Verteilungsfunktion die reguläre relative Flächenhelligkeit im Bereich kleiner Beobachtungswinkel stärker α -abhängig wird. Infolge der geringen α -Abhängigkeit beginnen die $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven für kleine Einfallswinkel zu tief, für große Einfallswinkel zu hoch, verglichen mit den gemessenen $B_{rel}(\vartheta)$-Kurven der real diffusen Reflektoren und auch im Vergleich zu den Flächenhelligkeitskurven des ideal diffusen, d.h. Lambertschen Reflektors.

2) Die gemessenen, zu kleinen Einfallswinkeln gehörenden Kurven fallen ab mittleren Beobachtungswinkeln gegen größere ab, während die entsprechenden $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven monoton ansteigen, wenngleich weniger stark als die zu großen Einfallswinkeln gehörigen.

3) Die gemessenen Kurven liegen umso tiefer, je größer der Einfallswinkel, während die berechneten Kurven für große Einfallswinkel über den zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven liegen.

4) Alle berechneten Kurven steigen quantitativ zu steil mit wachsendem Beobachtungswinkel an.

Aus diesen Diskrepanzen ersieht man, daß die Bouguersche Elementarspiegelhypothese, jedenfalls unter zusätzlicher Annahme einer Gleichverteilung der Elementarspiegel-Orientierungswinkel, nicht ausreicht, die beobachtete Remission eines real diffusen Reflektors zu erklären. Es zeigt sich aber auch eine wichtige qualitative Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gemessenen Kurven. Die Stärke des Anstiegs aller $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven und auch schon aller $F_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven nimmt in der Reihenfolge Rutil, Magnesiumoxid, Bariumsulfat und Aerosil erheblich zu. Dies ist eine unmittelbare Folge der in derselben Reihenfolge abnehmenden Brechzahl.

Die unter Annahme einer Gleichverteilung berechneten $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven lassen sich am ehesten mit den Meßkurven der Proben der Gruppen 1a, 2a oder auch 4c vergleichen, bei denen das Fehlen von Glanzspitzen auf eine Verteilungsfunktion ohne ausgeprägtes Maximum für $\varepsilon = 0$ hinweist und bei denen andererseits der Schatteneffekt nicht dominiert. Es ist also zu erwarten, daß die Meßkurven für größere Einfallswinkel für Rutil am geringsten und für Aerosil am meisten mit dem Beobachtungswinkel ansteigen. Dies ist in der Tat zu beobachten. Dabei ist der Unterschied im goniometrischen Verlauf der Meßkurven für die vier Weißstandards etwa so groß, wie der Unterschied der Brechzahlen nach der Rechnung erwarten läßt. Magnesiumoxid, Bariumsulfat und Aerosil zeigen untereinander weniger unterschiedliche Meßkurven als gegenüber Rutil, was dem geringeren Unterschied der Brechzahlen der erstgenannten Stoffe gegenüber der großen Brechzahl des Rutils nach den Fresnelschen Formeln entspricht.

Das Ansteigen der zu großen Einfallswinkeln gehörigen Meßkurven mit wachsendem Beobachtungswinkel kann also als Bouguer-Fresnel-Effekt gedeutet werden. Die Materialabhängigkeit dieses Anstiegs ist ebenfalls mit der Bouguer-Hypothese erklärbar.

Die Abweichungen von der Konstanz der Flächenhelligkeit hängen bei Bariumsulfat, Magnesiumoxid und Aerosil nur geringfügig von der Wellenlänge ab. Für Bariumsulfat ist dies aus der Abbildung A7b ersichtlich. Bei Rutil ist diese Wellenlängenabhängigkeit etwas stärker, wie aus der Tabelle B2b bzw. aus der Abbildung B2b hervorgeht. Diese Tatsache läßt sich darauf

zurückführen, daß die Dispersion von Rutil im Sichtbaren größer ist als die der anderen drei Stoffe. Die Brechzahl von Rutil, das bereits an der Grenze vom UV zum Sichtbaren zu absorbieren beginnt, nimmt gegen das rote Ende des sichtbaren Spektralbereichs um $\Delta n \approx 0,2$ ab, während die Abnahme der Brechzahlen der drei anderen Stoffe mit $\Delta n \approx 0,02$ um eine Größenordnung geringer ist. Die Meßkurven der hartgepreßten, aber matten Rutil-Probe 2 zeigen im Roten, wo die Brechzahl kleiner ist, größere Konstanzabweichungen als im Blauen. Auch diese Tatsache steht in Übereinstimmung mit der Bouguerschen Hypothese, da bei kleinerer Brechzahl ein stärkerer Fresnel-Anstieg der regulären Flächenhelligkeit zu erwarten ist.

15.4. Deutung der Diskrepanzen zwischen den berechneten Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ und der gemessenen relativen Flächenhelligkeit.

Mit Hilfe der berechneten Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ kann man zwar den aus den Meßkurven ersichtlichen Materialeinfluß qualitativ deuten; da aber der Berechnung dieser Funktionen die Annahme einer Gleichverteilung zugrunde liegt, die praktisch nicht gegeben ist, sind Unterschiede gegenüber den Meßkurven zu erwarten, und solche treten in der Tat auf.

Für die zum Vergleich herangezogenen Proben ist eine Verteilungsfunktion mit wenig ausgeprägtem Maximum für $\varepsilon = 0$ wahrscheinlich. Nimmt man mit Rense eine Gaußverteilung an, so wird der im Exponenten stehende Koeffizient c^2 klein sein. Für Proben, die Glanzspitzen zeigen, ist dagegen ein großer Wert für c^2 anzunehmen.

Der monotone Anstieg der zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen $G_{n,\alpha}$-Kurven widerspricht der bei kleinen Einfallswinkeln und großen Beobachtungswinkeln gemessenen Abnahme der Flächenhelligkeit. Man könnte vermuten, daß diese Abnahme auf die Verteilungsfunktion zurückzuführen sei, denn die kleinen Einfallswinkeln, aber großen Beobachtungswinkeln zugeordneten Orientierungswinkel sind nach Relation (18) relativ groß und daher sollten relativ wenige Elementarspiegel für die Reflexion

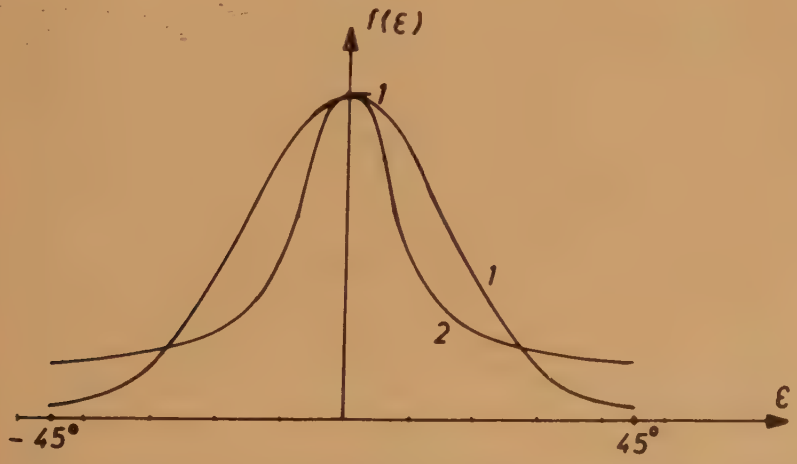
in diese Richtung vorhanden sein.[1] Mit wachsendem Einfallswinkel werden die zu festen großen ϑ - Winkeln gehörigen Orientierungswinkel nach Relation (18) kleiner,[1] die Anzahl geeigneter Elementarspiegel wird damit größer und tatsächlich kann man beobachten, daß die fallende Tendenz der Meßkurven in diesem ϑ - Bereich mit wachsendem Einfallswinkel nachläßt. Bei glänzenden Proben, die eine steil abfallende Verteilungsfunktion haben dürften, ist die Abnahme der Flächenhelligkeit im entsprechenden ϑ - Bereich noch mehr ausgeprägt. Bei diesen Proben beobachtet man eine solche Abnahme sogar auch für größere Beobachtungswinkel, also näher hinter der regulären Reflexionsrichtung und damit schon bei kleineren Orientierungswinkeln, was zwanglos auf die Steilheit der Verteilungsfunktion zurückgeführt werden könnte. Allerdings ist der Fresnel-Anstieg, wie aus den $G_{n,\alpha}$-Funktionen ersichtlich, für große Einfallswinkel stärker als für kleine. Die Verteilungsfunktion ist aber probenspezifisch und unabhängig vom Einfallswinkel. Daher wäre es, wollte man die genannte Abnahme der Flächenhelligkeit allein auf die Verteilungsfunktion zurückführen, unverständlich, daß bei glänzenden Proben diese Abnahme immer etwa von $\vartheta = 60^{\circ}$ an auftritt, bei großen Einfallswinkeln also unmittelbar hinter den Glanzspitzen, während bei kleinen Einfallswinkeln hinter den Glanzspitzen nochmals ein Anstieg zu beobachten ist, so daß ein flaches Maximum auftritt. Wäre allein die Verteilungsfunktion für die genannte Abnahme der Flächenhelligkeit verantwortlich, so wäre genau das Gegenteil zu erwarten: Der Abfall der Verteilungsfunktion sollte den bei kleineren Einfallswinkeln weniger starken Fresnel-Anstieg schneller überkompensieren als bei großen, so daß eher bei großen Einfallswinkeln ein nochmaliges Ansteigen hinter den Glanzspitzen und somit ein zweites flaches Maximum zu erwarten wäre.

Nimmt man an, die bei glänzenden Proben durchweg und bei matten Proben nur für kleine Einfallswinkel beobachtbare Abnahme der Flächenhelligkeit ab $\vartheta \approx 60^{\circ}$ sei nicht primär auf die Verteilungsfunktion zurückzuführen, sondern beruhe auf einem anderen Effekt, evtl. auf einer Schattenwirkung, so kann man

---

1) s. Tabelle 3

speziell bei glänzenden Proben aus dem Anstieg der Flächenhelligkeit hinter der Glanzspitze und vor dem zweiten flachen Maximum, wie beispielsweise in Abbildung B3 für $\alpha = 30^{\circ}$ zu beobachten ist, darauf schließen, daß die Verteilungsfunktion nur in näherer Umgebung der regulären Reflexionsrichtung den goniometrischen Verlauf der Flächenhelligkeit bestimmt. Offenbar fällt die Verteilungsfunktion in einem kleinen Intervall[1] um die Vorzugsrichtung $\varepsilon = 0$ rasch von einem hohen Maximalwert auf einen fast konstanten Wert ab, d.h. der Flankenabfall ist wesentlich steiler als bei einer Gaußverteilung, während die Ausläufer wesentlich konstanter sind. In diesem Fall könnte in geringer Winkeldistanz von der Glanzspitze bereits wieder eine Gleichverteilung angenommen werden. Eine solche vermutete Verteilungsfunktion ist in Figur 3 im Vergleich mit einer Gaußschen Glockenkurve dargestellt.



Figur 3 1 Gauß-Verteilungskurve 2 Vermutete Verteilungskurve

Ob die Verteilungsfunktion mit abnehmendem Maximalwert, also beim Übergang zu nicht glänzenden Proben, diese Form bewahrt, oder ob sie sich der Gestalt einer Gaußschen Glockenkurve annähert, ist ungewiß, könnte aber evtl. mit dem von W. Rense[2]

1) Entsprechend der Glanzspitzenbreite

2) W. Rense, J.opt.Soc. Am. 40, 55 (1950)

praktizierten Verfahren festgestellt werden.

Wie die Funktion $G_{n,\alpha}(\vartheta)$, so reichen auch die Funktionen $H_{n,\alpha}(\vartheta) = G_{n,\alpha}(\vartheta) \frac{f(\varepsilon)}{f(22,5^o)}$ nicht aus, die gemessene relative Flächenhelligkeit wiederzugeben. Setzt man mit W. Rense für die Verteilungsfunktion nichtglänzender Proben näherungsweise eine Gaußverteilung an, so kann man bei Annahme eines hinreichend großen Koeffizienten c^2 sogar erreichen, daß der Abfall der Verteilungsfunktion in einem gewissen ϑ - Bereich den Fresnel-Anstieg für kleine Einfallswinkel überkompensiert, so daß die entsprechenden $H_{n,\alpha}(\vartheta)$-Funktionen dort abfallen. Für große ϑ - Winkel müssen diese dann wieder zunehmen, da $\lim_{\vartheta \to 90^o} H_{n,\alpha}(\vartheta) = \infty$ für alle α. Bei Annahme eines solch großen Koeffizienten haben jedoch die Funktionen $H_{n,\alpha}(\vartheta)$ für größere α- Winkel zu große Werte, wie Tabelle 4 für Rutil und $c_1^2 = 0{,}001$ bzw. $c_2^2 = 0{,}0006$ zeigt. Mit abnehmenden Koeffizienten c^2 geht die fallende Tendenz der Kurven für kleine Einfallswink verloren, ohne daß eine wesentlich bessere Übereinstimmung der übrigen Kurven mit den Meßkurven erzielt wird.

Setzt man über die Verteilungsfunktion $f(\varepsilon)$ lediglich voraus, daß sie symmetrisch ist und vom Maximalwert in der Vorzugsrichtung $\varepsilon = 0$ monoton gegen wachsende Orientierungswinkel abfällt, so läßt sich der Verlauf der $H_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven mit demjenigen der $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ vergleichen. Der Faktor $\frac{f(\varepsilon)}{f(22,5)}$ ist dann größer, gleich oder kleiner 1, je nachdem ob $|\varepsilon|$ kleiner, gleich oder größer als $22{,}5^o$ ist. Wegen Relation (18) folgt für $\vartheta = 0$, daß $H_{n,\alpha}(0) \gtreqless G_{n,\alpha}(0)$, wenn $\alpha \lesseqgtr 45^o$. Die reguläre Flächenhelligkeit, die bei Annahme einer Gleichverteilung im Bereich kleiner Beobachtungswinkel nur gering vom Einfallswinkel abhängt, zeigt bei Berücksichtigung einer Verteilungsfunktion dort eine stärkere α- Abhängigkeit. Man erkennt sofort, daß $H_{n,45}(\vartheta) \geq G_{n,45}(\vartheta)$, und daß ferner für alle $\alpha > 45^o$ die Funktionen $H_{n,\alpha}(\vartheta)$ steiler ansteigen als die Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ denn jede H-Kurve für $\alpha > 45^o$ schneidet die zugehörige G-Kurve bei dem Beobachtungswinkel, für den $|\vartheta - \alpha| = 45^o$. Nun steigen schon die $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven für größere Winkel α zu stark an im Vergleich mit der gemessenen relativen Flächenhelligkeit; für

die $H_{n,\alpha}(\vartheta)$ mit $\alpha > 45^{\circ}$ trifft dies also erst recht zu. Aus dieser Tatsache, daß mit den berechneten $G_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven erst recht die $H_{n,\alpha}(\vartheta)$-Kurven im Falle großer Einfallswinkel viel zu stark ansteigen, so daß sich größere Abweichungen vom Lambertschen $\cos\vartheta$ - Gesetz ergeben, als beobachtet werden konnten, zeigt, daß die Bouguersche Elementarspiegelhypothese auch unter Berücksichtigung einer geeigneten Verteilungsfunktion nicht ausreicht, die gemessene Remission zu deuten. Offenbar müssen andere, bislang nicht erfaßte Effekte berücksichtigt werden.

Gerade der genannte zu starke Anstieg wird moderiert, wenn man zur regulären, nach den Bouguerschen Vorstellungen berechneten Flächenhelligkeit einen ideal diffusen Anteil addiert. Ein solch ideal diffuser Streuuntergrund entsteht evtl. durch Mehrfachreflexion, entweder innerhalb eines Pulverkorns oder vor allem zwischen verschiedenen Pulverkörnern. Es handelt sich hier also um Beiträge, die nach den v.Seeligerschen Vorstellungen durch Rückstreuung aus tieferen Zonen zustande kommen mögen.

Aus dem Ansatz $B_{ges} = B_{reg} + B_{diffus}$ folgt:

$$B_{ges}(\alpha,\vartheta) = r \cdot \frac{1}{\cos\vartheta}\, \rho^2(i)\, f(\varepsilon) + b \cos\alpha \qquad (27)$$

wobei r und b zwei Konstanten sind.

Setzt man wiederum $B_{ges}(\alpha=0, \vartheta=45^{\circ}) = 100\%$, so wird

$$B_{ges\ rel}(\alpha,\vartheta) = 100\ \frac{a\,\frac{1}{\cos\vartheta}\,\rho^2(i)\, f(\varepsilon) + \cos\alpha}{a\,\frac{1}{\cos 45^{\circ}}\,\rho^2(22{,}5^{\circ}) f(22{,}5^{\circ}) + 1} \qquad (27a)$$

Dabei ist a = r/b eine Konstante, welche die Zusammensetzung der Flächenhelligkeit aus regulären und diffusen Anteilen bestimmt: Für $a \to 0$ wird die Remission ideal diffus, während $a \to \infty$ der Bouguerschen Hypothese rein regulärer Reflexion an Elementarspiegeln entspricht. Es müßte geprüft werden, ob diese Konstante evtl. von der Kornform und -größe abhängt und damit materialspezifisch ist.

In Gleichung (27a) ist die vor allem bei lockeren Proben beobachtete Schattenwirkung nicht berücksichtigt, so daß sie die Meßergebnisse zumindest für diese Proben nicht richtig wiedergeben kann. Da der geometrisch-optische Schatten den regulär reflektierten Anteil schwächt, ist dieser mit einer Schattenfunktion $G(\alpha,\vartheta)$ zu multiplizieren. Einen Ansatz für diese Schattenfunktion kann man nur machen, wenn man ein idealisierendes Oberflächenmodell annimmt. Sie wird davon abhängen, ob man sich die Oberfläche regelmäßig mit Kerben, Trichtern oder Furchen durchsetzt oder sie etwa aus kleinen Halbkugeln auf ebener Fläche zusammengesetzt denkt, ein Modell, das von Bouguer und später von Berry angenommen wurde. Aus den Messungen geht hervor, daß der Einfluß der Schattenwirkung von der Rauhigkeit der Oberfläche abhängt.

Berücksichtigt man die Schattenfunktion, in die wahrscheinlich die mittlere Korngröße eingeht, so erhält man für die gesamte relative Flächenhelligkeit folgende komplizierte Darstellung:

$$B_{ges\ rel}(\alpha,\vartheta)=100\cdot\frac{a\frac{1}{\cos\vartheta}\,\rho^2(i)\,f(\varepsilon)\,G(\alpha,\vartheta)+\cos\alpha}{a\frac{1}{\cos 45^o}\,\rho^2(22,5^o)\,f(22,5^o)G(0^o,45^o)+} \qquad (28)$$

Sie enthält die beiden unbekannten, von der Art der Probenzubereitung abhängigen Funktionen $f(\varepsilon)$ und $G(\alpha,\vartheta)$ und außerdem die unbekannte Konstante a.

Vernachlässigt man den Schatteneffekt, indem man $G(\alpha,\vartheta)\equiv 1$ setzt, so kann man auch im Falle hartgepreßter Proben nicht erwarten, die Meßergebnisse richtig wiedergeben zu können. Trotzdem zeigt sich, daß die Hinzunahme eines ideal diffusen Streulichtanteils die Steilheit der allein nach der Bouguerschen Hypothese berechneten Kurven mildert, sodaß die Abweichungen vom $\cos\vartheta$ - Gesetz wenigstens ungefähr mit den beobachteten übereinstimmen. Statt die nach Gleichung (27a) berechneten Werte mit der gemessenen relativen Flächenhelligkeit zu vergleichen, kann man diese Rechenwerte auch formal durch $\cos\alpha$ dividieren und die Funktionen

$$N_{n,\alpha}(\vartheta)=\frac{1}{\cos\alpha}\cdot 100\cdot\frac{a\frac{1}{\cos\vartheta}\,\rho^2(i)\,f(\varepsilon)+\cos\alpha}{a\frac{1}{\cos 45}\,\rho^2(22,5^o)f(22,5^o)+1} \qquad (29)$$

mit der reduzierten relativen Flächenhelligkeit vergleichen.

Tabelle 5 Gesamte relative reduzierte Flächenhelligkeit von Rutil.

	α/ϑ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
c_1^2	0°	99,1	99,1	49,2	99,4	99,8	100,3	101,3	103,4
	30°	99,4	99,4	99,5	99,8	100,2	100,9	102,2	104,7
a_1	60°	101,4	101,4	101,6	102,2	103,0	104,2	106,4	112,2
c_1^2	0°	98,3	98,3	98,5	98,9	99,5	100,6	102,6	106,7
	30°	98,8	99,0	99,2	99,7	100,5	101,7	104,2	109,1
a_2	60°	102,6	102,8	103,2	104,1	105,6	108,4	113,2	123,6
c_2^2	0°	100,7	100,7	100,7	100,7	100,8	100,9	101,2	102,0
	30°	100,6	101,0	101,4	101,7	102,2	102,9	103,9	106,1
a_1	60°	101,2	102,0	102,8	104,0	105,4	107,6	111,2	118,2
c_2^2	0°	101,4	101,4	101,4	101,4	101,5	101,8	102,4	103,8
	30°	101,4	102,0	102,7	103,3	104,4	104,5	107,7	111,9
a_2	60°	102,4	103,8	105,6	107,8	110,6	115,0	122,0	135,8
c_3^2	0°	101,4	101,3	101,0	100,6	100,2	99,8	99,6	99,4
	30°	100,6	101,2	101,7	102,2	102,3	102,3	102,2	102,1
a_1	60°	99,6	100,0	101,0	102,2	104,0	106,2	109,2	113,8
c_3^2	0°	102,7	102,5	101,9	101,2	100,4	99,7	99,2	98,8
	30°	101,2	102,3	103,4	104,3	104,6	104,6	104,3	104,0
a_2	60°	99,2	100,2	101,8	104,4	107,8	112,4	118,4	127,4
c_4^2	0°	101,9	101,7	101,2	100,7	100,2	99,9	99,7	99,6
	30°	100,7	101,4	102,2	102,7	102,8	102,4	101,7	101,2
a_1	60°	99,6	100,0	100,6	101,8	103,8	106,6	109,8	113,8
c_4^2	0°	103,7	103,4	102,4	101,3	100,4	99,7	99,4	99,2
	30°	101,3	102,8	104,3	105,3	105,4	104,7	103,6	102,4
a_2	60°	99,4	100,0	101,2	103,6	107,4	113,0	119,6	127,6
	0°	-	-	-	-	100,0	99,6	98,0	(95,4)*)
B2	30°	-	96,8	96,8	96,8	97,0	97,0	97,0	(95,1)
	60°	92,0	92,0	92,0	92,8	95,0	98,0	104,0	(112,0)

*) bei $\vartheta = 68°$

Nimmt man eine Gaußverteilung an, setzt also $f(\varepsilon) = e^{-c^2\varepsilon^2}$, so enthalten die Funktionen $N_{n,\alpha}(\vartheta)$ die beiden unbekannten Konstanten c^2 und a.

Für $c_1^2 = 0$ (Gleichverteilung), $c_2^2 = 0{,}0006$, $c_3^2 = 0{,}0025$ und $c_4^2 = 0{,}004$ sowie jeweils für $a_1 = 0{,}1$ und $a_2 = 0{,}2$ sind solch Funktionen $N_\alpha(\vartheta)$ für Rutil berechnet worden; sie sind in der Tabelle 5 zusammengestellt. Im Falle einer Gleichverteilung steigt die Kurve $N_0(\vartheta)$ im Widerspruch zu den Meßergebnissen; ferner ist $N_{60}(0) > 100$, während die reduzierte relative Flächenhelligkeit der Rutil-Probe 2 für $\alpha = 60^\circ$ und $\vartheta = 0^\circ$ den Wert 92,0 besitzt. Jede Gaußverteilung, bzw. jede einer Gauß-Funktion ähnliche Verteilungsfunktion, erniedrigt $N_{60}(0)$, erhöh aber gleichzeitig $N_{30}(0)$. Für $c^2 = 0{,}0006$ liegt bereits $N_{30}(0)$ über 100, während $N_{60}(0)$ noch nicht unter 100 gedrückt ist. Die $N_0(\vartheta)$-Kurve steigt in diesem Fall immer noch monoton an. Erst bei größeren Werten von c^2, also bei steileren Verteilung funktionen, durchläuft $N_0(\vartheta)$ ein Minimum, und $N_{60}(0)$ wird klei ner als 100. In diesem Fall liegt aber $N_{30}(0)$ über 100, entgegen den Meßergebnissen. Es gelingt also nicht, gleichzeitig $N_{60}(0)$ und $N_{30}(0)$ unter 100 zu drücken. Wie ersichtlich ist, darf a nicht zu groß angenommen werden, damit die $N_\alpha(\vartheta)$-Kurven für größere α - Werte nicht zu steil anwachsen. Für $c^2 = 0{,}0025$ und $a_2 = 0{,}2$ erhält man Werte, die für $\alpha = 30^\circ$ bzw. $\alpha = 60^\circ$ etwa 6% höher liegen als die Meßwerte der Rutil-Probe 2, jedoch stimmen die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz im zur Messung gelangenden ϑ - Bereich wenigstens einigermaßen überein. Es gilt jedoch wiederum $\lim_{\vartheta \to 90^\circ} N_{n,\alpha}(\vartheta) = \infty$. Nur durch Berücksichtigu einer Schattenfunktion, die für $\vartheta \to 90^\circ$ mindestens so schnell wie cos ϑ gegen Null gehen muß, kann man erreichen, daß die Fl chenhelligkeit für $\vartheta \to 90^\circ$ endlich bleibt.

15.5. Deutung der regulären Remissionsanteile bei Aerosilpulv

Ein Einwand gegen die Elementarspiegelhypothese könnte beim Aerosil erhoben werden. Hier liegt die Korngröße mit etwa 20n erheblich unter der Wellenlänge $\lambda = 401$ nm, so daß eine regul Reflexion nicht möglich zu sein scheint. Man erwartet vielmeh

eine Streuung, wobei jedoch wegen der dichten Packung weder Rayleigh- noch Mie-Streuung in Frage kommt. Die gemessenen Flächenhelligkeitskurven der Aerosil-Proben zeigen jedoch, daß reguläre Anteile in der remittierten Strahlung enthalten sind, denn an geeigneten Proben lassen sich sowohl rasch ansteigende Tendenzen bei großen Winkeln als auch Glanzspitzen beobachten. Da es nicht möglich ist, einen Bouguerschen Elementarspiegel mit einem einzelnen Pulverkorn zu identifizieren, müssen die Elementarspiegel als Elementarflächen aus mehreren, evtl. durch Wasserstoffbrücken zusammenhängenden Körnern ungefähr gleicher Orientierung angesehen werden. Solche Cluster bilden sich bereits aus, wenn man den gefüllten Probenteller gegen eine Unterlage klopft, wobei das Pulver zusammenrutscht.

Die weitverbreitete Ansicht, die Remission werde umso diffuser, je kleiner die Korngröße ist, läßt sich also nicht halten. Ein Vergleich der Rutil-Proben 7 und 8 mit der Rutil-Probe 2 zeigt, daß auch bei ein und demselben Stoff die Konstanz der Flächenhelligkeit mit abnehmender Korngröße nicht durchweg besser wird, sondern daß sich lediglich der optimale Einfallswinkel verschiebt.

16. Prüfung des v.Seeliger-Lommel-Gesetzes.

Nach v.Seeliger und Lommel soll die Flächenhelligkeit vom Beobachtungswinkel ϑ abhängen, und zwar gemäß

$$B\,(\alpha,\vartheta) = \text{Const} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + \cos\vartheta} \qquad (30)$$

Setzt man wiederum $B(\alpha=0, \vartheta=45^\circ) = 100$ und bezieht auf konstante Einstrahlung, so folgt

$$B_{\text{rel red}}(\alpha,\vartheta) = \frac{170{,}71}{\cos\alpha + \cos\vartheta} \qquad (30a)$$

Die für $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 60^\circ$ berechneten Funktionen sind in der Tabelle 6 bzw. in der Abbildung 5 dargestellt.

Ein Vergleich mit den Meßkurven zeigt sofort, daß das v.Seeliger-Lommel-Gesetz noch weniger Gültigkeit besitzt als das Lambert-Gesetz. Beiden Gesetzen haftet der Mangel an, daß sie den

beobachteten Materialeinfluß in keiner Weise wiedergeben. Das v.Seeliger-Gesetz zeigt folgende Diskrepanzen gegenüber den Meßergebnissen:

1. Der fallende Verlauf der Flächenhelligkeitskurven für kleine Einfallswinkel und große Beobachtungswinkel kann mit dem v.Seeliger-Gesetz nicht richtig wiedergegeben werden.

2. Nach dem v.Seeliger-Gesetz müßte $B_{rel\ red}(\vartheta=0)$ für große α-Winkel höher liegen als für kleine, die gemessenen Kurven zeigen jedoch das Gegenteil. Sie beginnen umso tiefer, je größer der Einfallswinkel α ist.

3. Nach dem v.Seeliger-Gesetz müßten für alle vier Weißstandards, also sogar für Aerosil, erheblich größere Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz auftreten als beobachtet werden.

Während die Abweichungen vom Lambert-Gesetz wenigstens für Stoffe mit großer Brechzahl bis zu mittelgroßen Winkeln klein bleiben können, wird das v.Seeliger-Gesetz in keiner Weise für richtig befunden. Auch in den Fällen, in denen die gemessene Flächenhelligkeit stark mit dem Beobachtungswinkel ansteigt, nämlich bei kleiner Brechzahl für große Einfallswinkel (vgl. Aerosil-Probe 4), liegen die v.Seeliger-Kurven wegen der offensichtlich nicht richtigen α-Abhängigkeit zu hoch.

Tabelle 6 Reduzierte relative Flächenhelligkeit nach v. Seeliger.

ϑ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
B_{relred}	85,4	86,0	88,0	91,5	96,7	103,9	113,8	127,2	145,5	170,7	$\alpha = 0°$
B_{relred}	91,5	92,2	94,5	98,6	104,6	113,1	125,0	141,3	164,2	197,1	$\alpha = 30°$
B_{relred}	100,0	100,9	103,7	108,5	115,9	126,5	141,4	162,7	193,8	241,4	$\alpha = 45°$
B_{relred}	113,8	115,0	118,6	125,0	134,8	149,4	170,7	202,7	254,9	341,4	$\alpha = 60°$

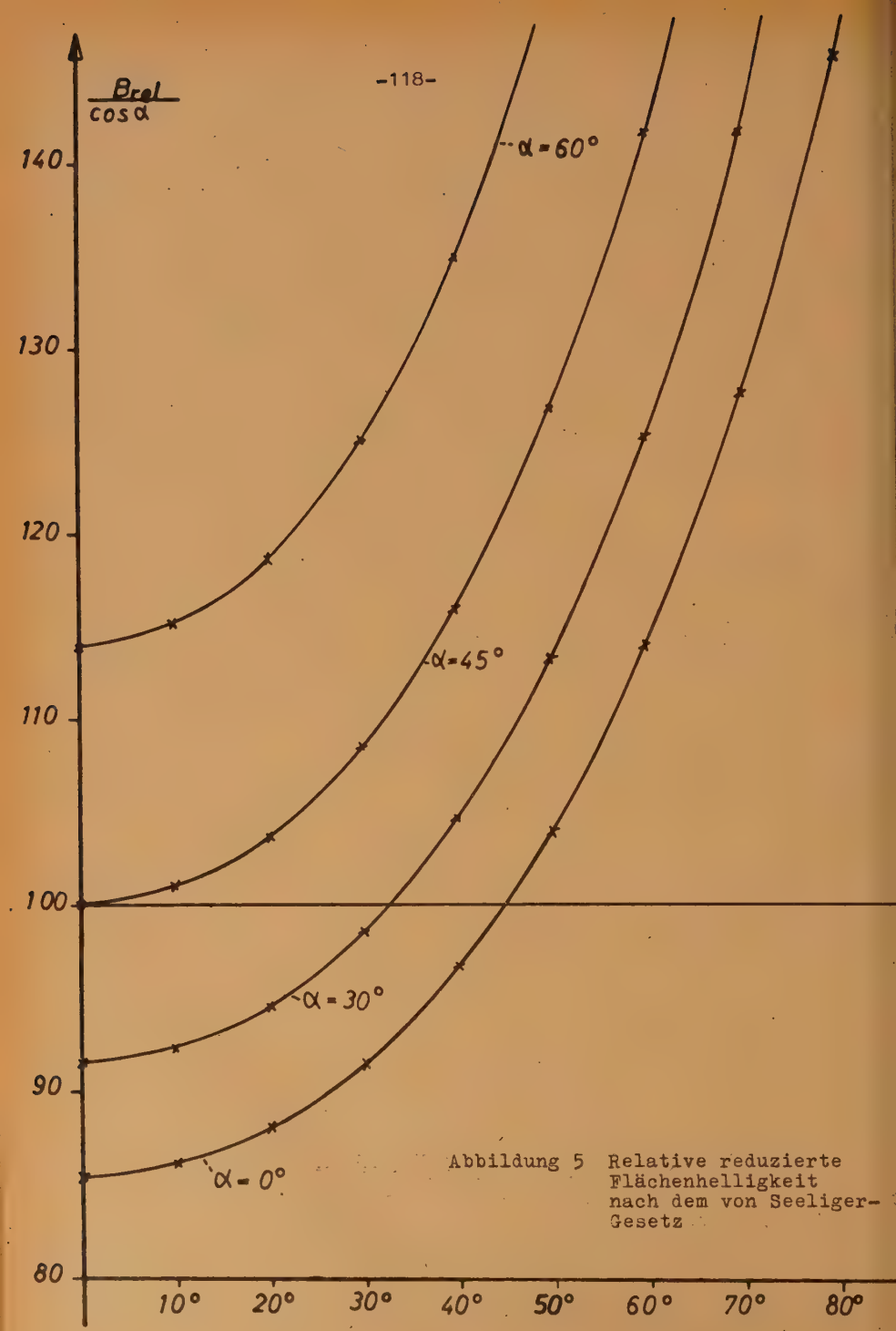


Abbildung 5 Relative reduzierte Flächenhelligkeit nach dem von Seeliger-Gesetz

17. Zusammenfassung der Ergebnisse für Weißstandards.

1. Die Bouguersche Elementarspiegelhypothese ist bei Annahme einer Gleichverteilung der Elementarspiegel-Orientierungswinkel mit dem Lambert-Gesetz nicht vereinbar. Es ist zu erwarten, daß eine tatsächlich vorliegende Verteilungsfunktion für den Orientierungswinkel $\varepsilon = 0$ ein Maximum hat und gegen wachsende Orientierungswinkel monoton abfällt, wie dies z.B. bei einer Gaußverteilung zutrifft. Unter Annahme einer solch einer Gaußverteilung ähnlichen Verteilungsfunktion bleibt die Unvereinbarkeit von Bouguer-Hypothese und Lambert-Gesetz erhalten. Da das Lambert-Gesetz streng gültig ist für einen ideal diffusen Reflektor, kann die Bouguer-Hypothese die ideal diffuse Remission nicht deuten, d.h. es ist unmöglich, die ideal diffuse Remission auf rein reguläre Reflexion an statistisch verteilten Elementarspiegeln zurückzuführen.

2. Keine der untersuchten Proben erfüllt das Lambert-Gesetz exakt; mit zunehmenden Einfalls- und Beobachtungswinkeln treten systematisch anwachsende Abweichungen auf. Frühere gegenteilige Befunde sind auf unzulässige Mittelungen zurückzuführen.

3. Unter den hartgepreßten, nicht glänzenden Proben zeigen diejenigen die geringsten Abweichungen vom Lambert-Gesetz, deren Brechungsindex n am größten ist. Dieser Materialeinfluß läßt sich mit Hilfe der Bouguerschen Elementarspiegelhypothese und der Fresnelschen Formeln verstehen.

4. Auch sehr feinkörnige Pulver wie Aerosil weisen keine konstante Flächenhelligkeit auf. Obwohl die Korngröße weit unter der Wellenlänge des eingestrahlten Lichtes liegt, sind die Abweichungen vom Lambert-Gesetz besonders groß. Nach der Bouguerschen Hypothese und den Fresnelschen Formeln ist dies auf reguläre Reflexion an Teilchen-Clustern und auf die kleine Brechzahl des Aerosils zurückführbar. Die verbreitete Ansicht, kleine Korngröße begünstige die Gültigkeit des Lambert-Gesetzes, trifft nicht allgemein zu.

5. Lockere Pulveroberflächen zeigen Abschattungseffekte, die Flächenhelligkeit nimmt mit steigendem Beobachtungswinkel umso mehr ab, je rauher die Oberfläche und je gröber das

Korn ist. Erst bei großen Einfalls- und Beobachtungswinkeln nimmt sie wieder zu.

6. Abschattungs- und Fresnel-Effekt wirken gegenläufig und können bewirken, daß bei geeigneter Korngröße und geeignetem Brechungsindex die Flächenhelligkeit in größeren Bereichen von α und ϑ einigermaßen konstant wird. In solchen Fällen gilt scheinbar das Lambertsche $\cos \vartheta$ - Gesetz, aber nicht systematisch streng, sondern rein zufällig. Bei feinem Korn bewirkt dagegen das Fehlen von Abschattung, daß der Anstieg der Flächenhelligkeitskurven auf Grund des Fresnel-Effekts deutlich hervortritt.

7. Bei nichtabsorbierenden Stoffen ist die Konstanzabweichung der Flächenhelligkeit von der Wellenlänge nur dann abhängig, wenn die Brechzahl des betreffenden Stoffes eine merkliche Dispersion besitzt, was wiederum mit der Bouguerschen Hypothese und den Fresnelschen Formeln gedeutet werden kann.

8. Das Auftreten von Glanzspitzen bei Proben, die mit sehr glatten Flächen hartgepreßt wurden, und die Zunahme der Glanzspitzenhöhe mit wachsendem Preßdruck und bei jedem Preßling mit wachsendem Einfallswinkel α sprechen für die Richtigkeit der Bouguerschen Vorstellungen.

9. Die gemessene relative Flächenhelligkeit real diffuser Reflektoren kann mit Hilfe der Bouguerschen Hypothese jedoch nicht quantitativ richtig wiedergegeben werden. Die "reguläre" Flächenhelligkeit ergibt gegenüber den Meßergebnissen zu große Abweichungen vom $\cos \vartheta$ - Gesetz. Offenbar muß man neben regulären auch ideal diffuse Anteile an der gesamten Flächenhelligkeit in Rechnung stellen. Die ideal diffusen Remissionsanteile sind auf Strahlung zurückzuführen, die aus tieferen Pulverzonen zur Oberfläche zurückgestreut wird.

10. Die real diffuse Remission ist also als Überlagerung eines Volumeffekts und eines reinen Oberflächeneffekts aufzufassen. Die aus dem Volumen remittierte Strahlung bildet dabei einen ideal diffusen Streuuntergrund. Der Oberflächeneffekt bewirkt die Abweichungen der gesamten Flächenhelligkeit vom Lambert-Gesetz; er wird durch die Bouguersche Hypothese

richtig beschrieben. Während also die Bouguer-Hypothese die ideal diffuse Remission überhaupt nicht beschreiben kann, erlaubt sie es, gerade die Abweichungen der tatsächlich beobachteten Flächenhelligkeit vom Lambert-Gesetz und den hierbei festgestellten Materialeinfluß zu verstehen.

Kapitel IV

Messungen an absorbierenden Stoffen

18. Herstellung der Meßproben

a) Herkunft und Art der Pulver

Es wurden folgende Pulver zu Proben verarbeitet:
Kupfersulfat ($CuSO_4 \cdot 5\ H_2O$), chem. rein, von Merck
Kaliumchromat, P.A., von Merck
Kaliumchrom (III)-sulfat, chem. rein, von Merck
Aerosil, von Degussa, spez. Oberfläche 38 m^2/g,
angefärbt mit Naphtolgelb

b) Vorbehandlung der Pulver

Kupfersulfat, Kaliumchromat und Kaliumchromalaun wurden in einer Kugelmühle hinreichend lang gemahlen, bei etwa 200° kurz getrocknet und mittels eines Siebsatzes auf Korngrößen $d < 42\,\mu m$ ausgesiebt.

Das Anfärben des Aerosils mit Naphtolgelb geschah folgendermaßen:
200 ml einer wässrigen Naphtolgelblösung mit der Konzentration $c = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \frac{Mol}{l}$ wurde mit NaOH im Überschuß alkalisch gemacht und in eine 2-l-Flasche gefüllt. Unter Schütteln wurden langsam 26,7 g Aerosil zugesetzt. Danach wurde 19 Stunden lang maschinell geschüttelt, sodann abfiltriert und das angefärbte Aerosil 6 Stunden lang trockengesaugt. Im Trockenschrank wurde bei 300°C 14 Stunden lang nachgetrocknet. Das zusammengebackene angefärbte Aerosil wurde in der Kugelmühle (6 Kugeln, U=185/min) 6 Stunden lang gemahlen und das Pulver auf Korngrößen $d < 42\,\mu m$ ausgesiebt. Auf diese Weise wurde das Pulver für die Probe I gewonnen.
Die Anfärbung von Aerosil wurde noch zweimal bei größeren Farbstoffkonzentrationen wiederholt. Das zur Herstellung der Probe II verwendete Pulver wurde bei einer Konzentration $c = 10^{-2}\ \frac{Mol}{l}$ angefärbt, das zur Probe III verwendete bei $c = 10^{-1}\ \frac{Mol}{l}$.

c) Herstellung der Proben

Die Proben aus verschiedenen absorbierenden Stoffen wurden auf möglichst gleiche Art hergestellt, um den Einfluß einer verschiedenartigen Zubereitung weitgehend auszuschalten. Die Pulver wurden von Hand mit einem glatten Messingstempel un

mäßigem Druck im 6mm tiefen Probenteller eingeebnet. Auf eine Papierzwischenlage mußte verzichtet werden, weil bei einigen Stoffen die Pulverteilchen zu stark am Papier haften blieben. Lediglich vom angefärbten Aerosil-Pulver II wurden zwei verschiedene Proben hergestellt. Die Probe IIb ist ganz wenig gepreßt worden, die Probe IIa dagegen mittelmäßig stark.

Wahl der Wellenlänge

Es wurden bei allen vier farbigen Pulvern Messungen innerhalb und außerhalb der Absorptionsbanden ausgeführt, um den Einfluß der Absorption auf die Größe der Abweichungen vom Lambert-Gesetz feststellen zu können. Die Absorptionskurven der vier Stoffe sind bereits bekannt, sowohl aus Durchsichtsmessungen an wässrigen Lösungen als auch teilweise aus Reflexionsmessungen an verdünnten Pulvern. Dennoch wurden Reflexionsspektren am Zeiss PQM II aufgenommen, und zwar an gepreßten Tabletten aus reinen, unverdünnten Pulvern. Als Standard wurde MgO gewählt, lediglich angefärbtes Aerosil wurde gegen weißes Aerosil gemessen. Die Abbildung 6 zeigt die Absorptionskurven für Kupfersulfat (E), Kaliumchromat (F), Chromalaun (G) und für die drei verschieden stark mit Naphtolgelb angefärbten Aerosil-Pulver (H I,H II,H III). Es ist zu beachten, daß wegen der Wellenlängenabhängigkeit des Streukoeffizienten die gegen das UV zu gelegenen Banden abgeflacht erscheinen,[1] in Wirklichkeit also dort höhere Absorption vorliegt. Die Wellenzahlen, bei denen goniophotometrische Messungen ausgeführt wurden, sind in Abbildung 6 durch Punkte auf den Absorptionskurven gekennzeichnet. Außerdem sind die Wellenlängen, bei denen gemessen wurde, in den Tabellen E-H angegeben.

Meßgenauigkeit

Während bei weißen Pulvern der Bezugswert 100 nur in wenigen Fällen und nur geringfügig überschritten wurde, übersteigt die Flächenhelligkeit bei absorbierenden Stoffen diesen Wert stellenweise um ein Vielfaches. Daher mußte auf die volle Ausnützung der 100 Skalenteile umfassenden Skala größtenteils verzichtet werden, und z.B. bei der Messung der Kaliumchromat-Probe beim Einfallswinkel $\alpha = 60^{\circ}$ der Bezugswert 100 mit nur 20 Skalenteilen identifiziert werden. Die Ablesegenauigkeit von 0,2 Skalenteilen ergibt in diesem Fall bereits einen Meßfehler von 1% vom Bezugswert 100.

1) D.Oelkrug, Dissertation, Tübingen 1963

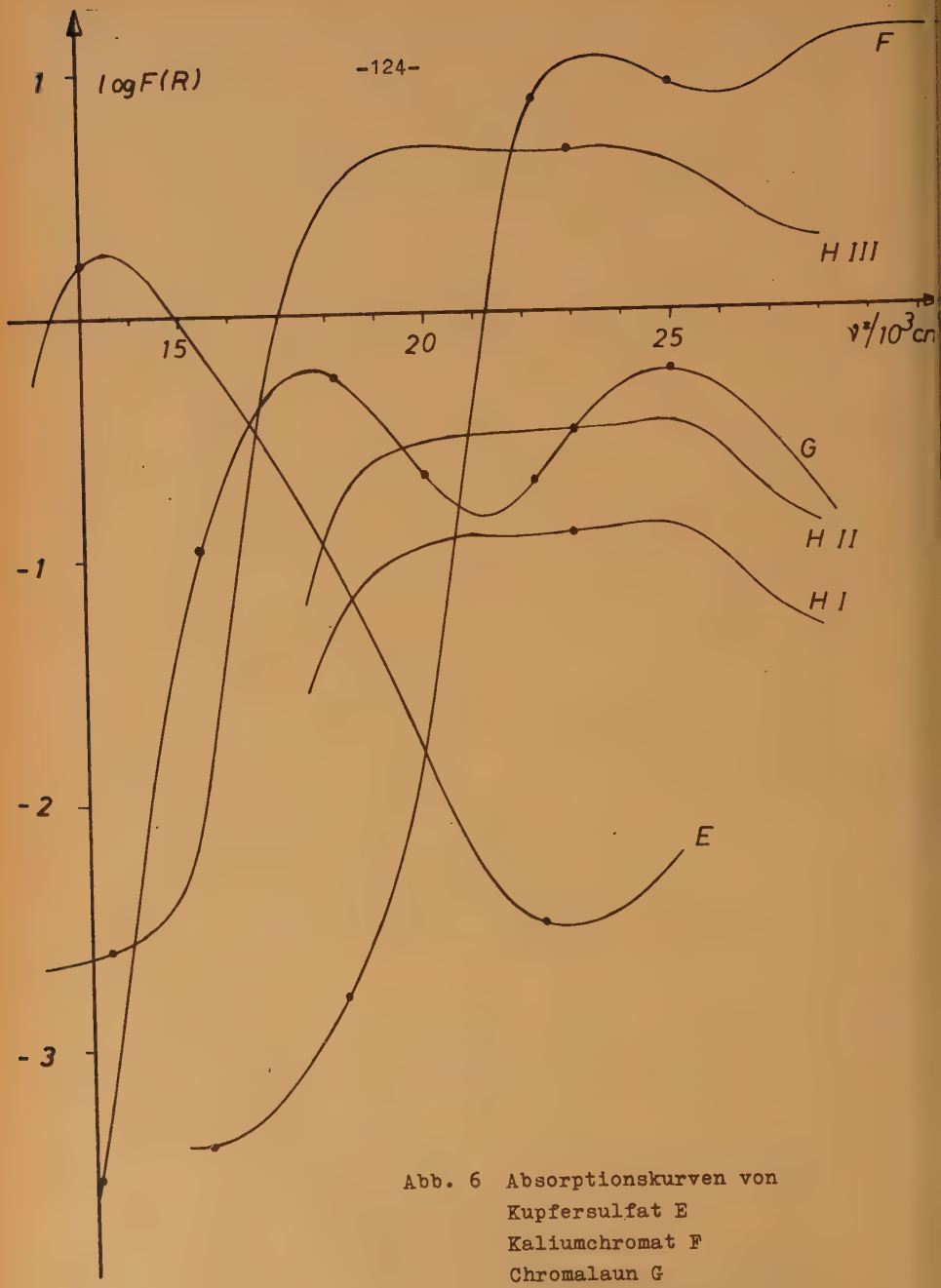


Abb. 6 Absorptionskurven von
Kupfersulfat E
Kaliumchromat F
Chromalaun G
Naphtolgelb auf Aerosil
H I, H II, H III

20. Diskussion der Meßergebnisse im Einzelnen.

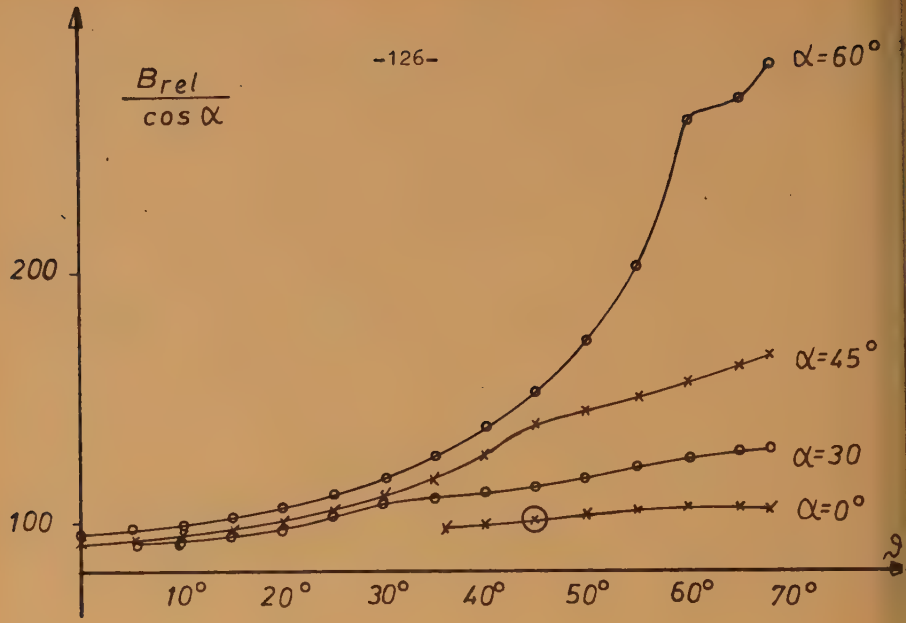
E. Messungen an Kupfersulfat ($CuSO_4 \cdot 5\ H_2O$).

Das hellblaue Kupfersulfat hat eine Absorptionsbande im Roten. Die Abbildungen E 768 und E 450 sowie die entsprechenden Meßtabellen zeigen den goniometrischen Verlauf der reduzierten relativen Flächenhelligkeit innerhalb der Absorption bei λ =768 nm und außerhalb der Absorption bei λ = 450 nm. Das diffuse Reflexionsvermögen beträgt an diesen Stellen 19,5% bzw. 92,5%. Wie man sieht, sind Glanzspitzen nur schwach angedeutet, was auf den geringen Preßdruck zurückzuführen ist. Die Glanzzahlen betragen η (768)= 1,126 und η (450)= 1,066. Bei λ = 450nm, also außerhalb der Absorption, zeigen die Meßkurven beinahe den von den nichtabsorbierenden Stoffen bekannten Verlauf: Die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven fallen gegen große Beobachtungswinkel leicht ab, während die zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven dort ansteigen. Die Konstanzabweichung ist vergleichbar mit der beim Aerosil festgestellten; sie beträgt für $\alpha = 60^\circ$ etwa 59 %.
Innerhalb der Absorption sind die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz erheblich größer. Die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven steigen hier charakteristischerweise ebenfalls mit dem Beobachtungswinkel an. Für größere Einfallswinkel beginnt der Steilanstieg der Kurven schon bei kleineren Beobachtungswinkeln.

Die Kurven überschneiden sich nicht, d.h. sie liegen von Anfang an, also ab $\vartheta = 0$, umso höher, je größer der Einfallswinkel ist. Die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz beträgt für $\alpha = 60^\circ$ bereits 185 % vom Bezugswert. Eine derart große Abweichung wurde für nichtabsorbierende Stoffe nicht gefunden.

F. Messungen an Kaliumchromat.

Das gelbe Kaliumchromat hat eine starke Absorptionsbande am violetten Ende des Sichtbaren und eine zweite starke Bande im nahen UV. Es wurden zwei Messungen im Absorptionsgebiet ausgeführt, nämlich bei λ = 401 nm, wo das diffuse Reflexionsvermögen nur 5,2 % beträgt, und bei λ = 450 nm, wo noch 6,4 % reflektiert werden. Außerhalb der Absorption wurde ebenfalls an zwei Stellen gemessen, nämlich bei λ = 550nm, wo 94,3% reflektiert werden, und bei λ = 649 nm, wo das diffuse Reflexionsvermögen 97,2 % beträgt.



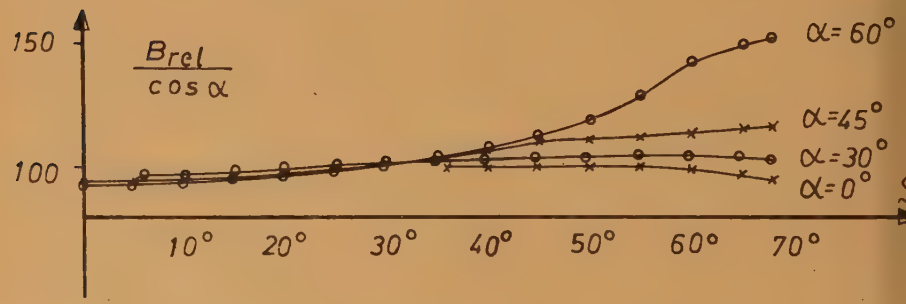
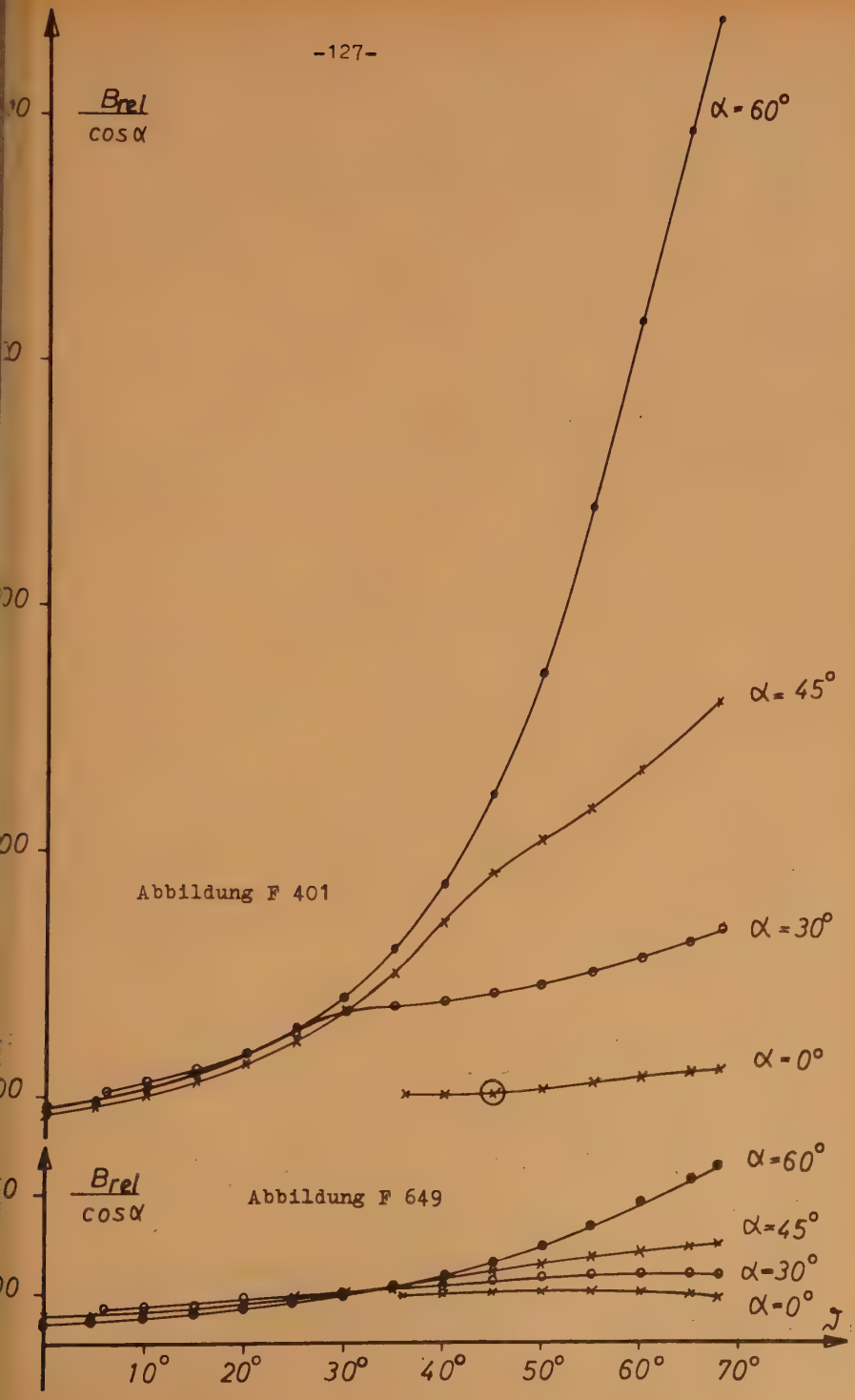


Abbildung E 450 (unten) Kupfersulfat, außerhalb der Absorption

Abbildung E 768 (oben) Kupfersulfat, innerhalb der Absorption


$\frac{B_{rel}}{\cos\alpha}$
α = 60°
α = 45°
α = 30°
α = 0°
Abbildung F 401
$\frac{B_{rel}}{\cos\alpha}$
Abbildung F 649
α = 60°
α = 45°
α = 30°
α = 0°
J
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°

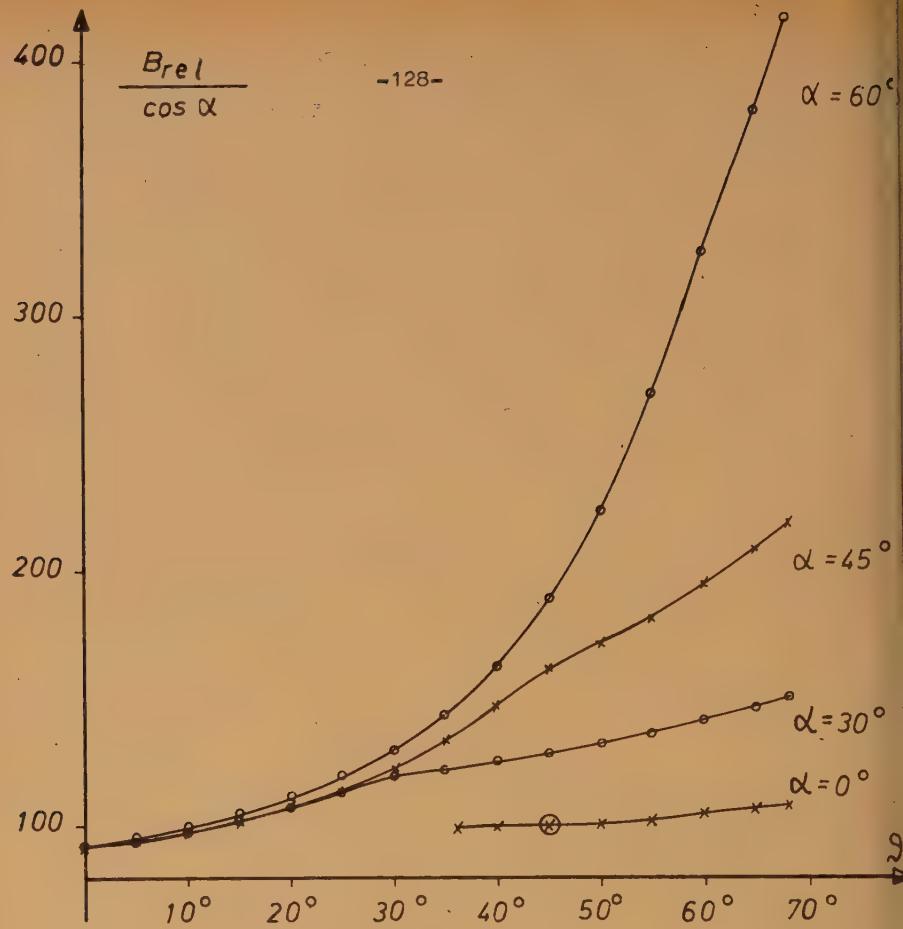


Abbildung F 550 (unten) Kaliumchromat, außerhalb der Absorption

Abbildung F 450 (oben) Kaliumchromat, innerhalb der Absorption

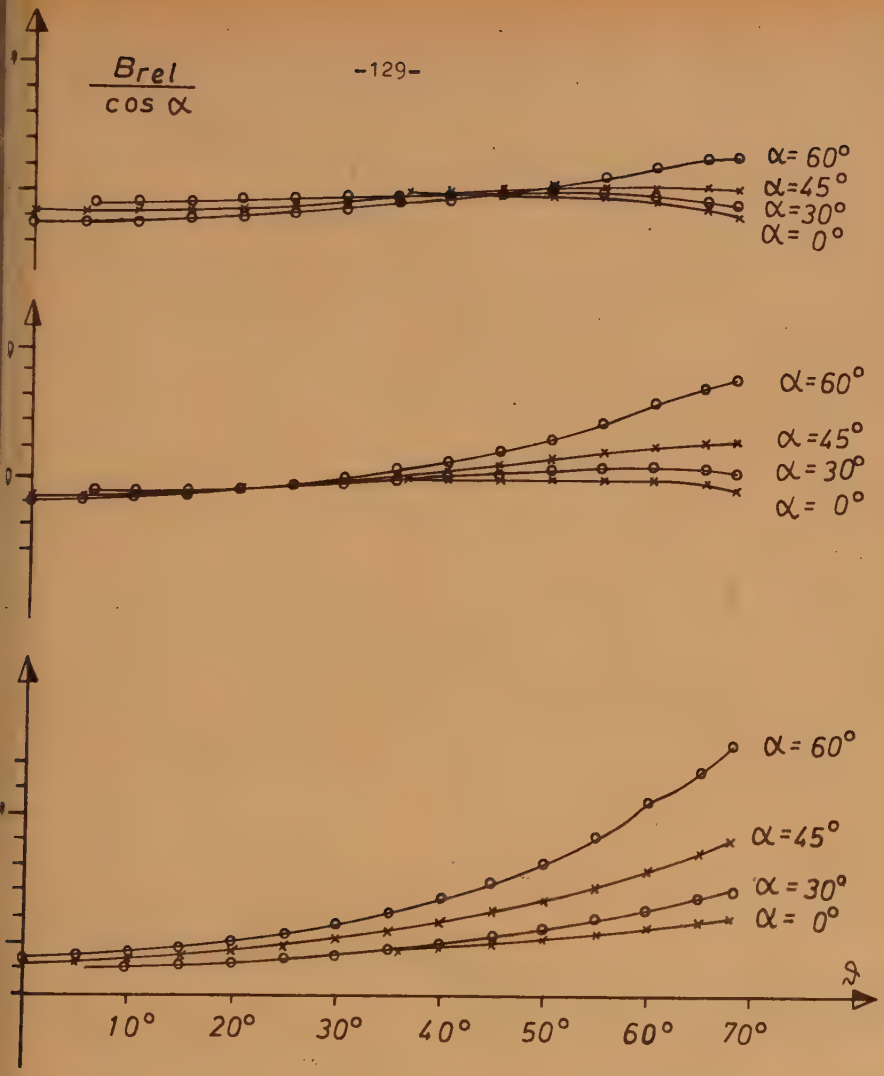


Abbildung G401 (unten) Chromalaun, innerhalb der Absorption

Abbildung G649 (mitte) Chromalaun, mäßige Absorption

Abbildung G768 (oben) Chromalaun, außerhalb der Absorption

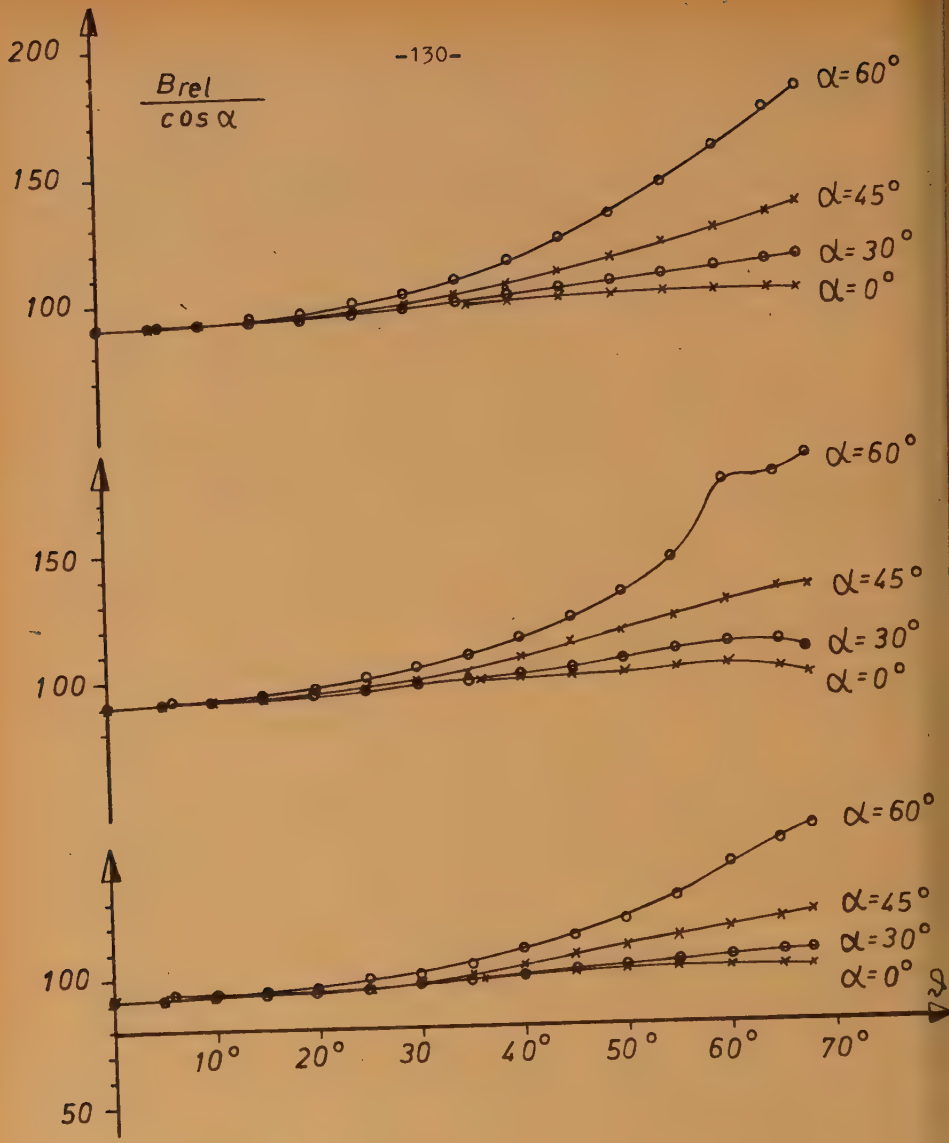


Abbildung H I 401 (unten) Naphtolgelb auf Aerosil, schwach angefärbt

Abbildung H IIa401 (mitte) Naphtolgelb auf Aerosil, mittelstarke Anfärbung

Abbildung H IIb401 (oben) Naphtolgelb auf Aerosil, mittelstarke Anfärbung, geringer Preßdruck.

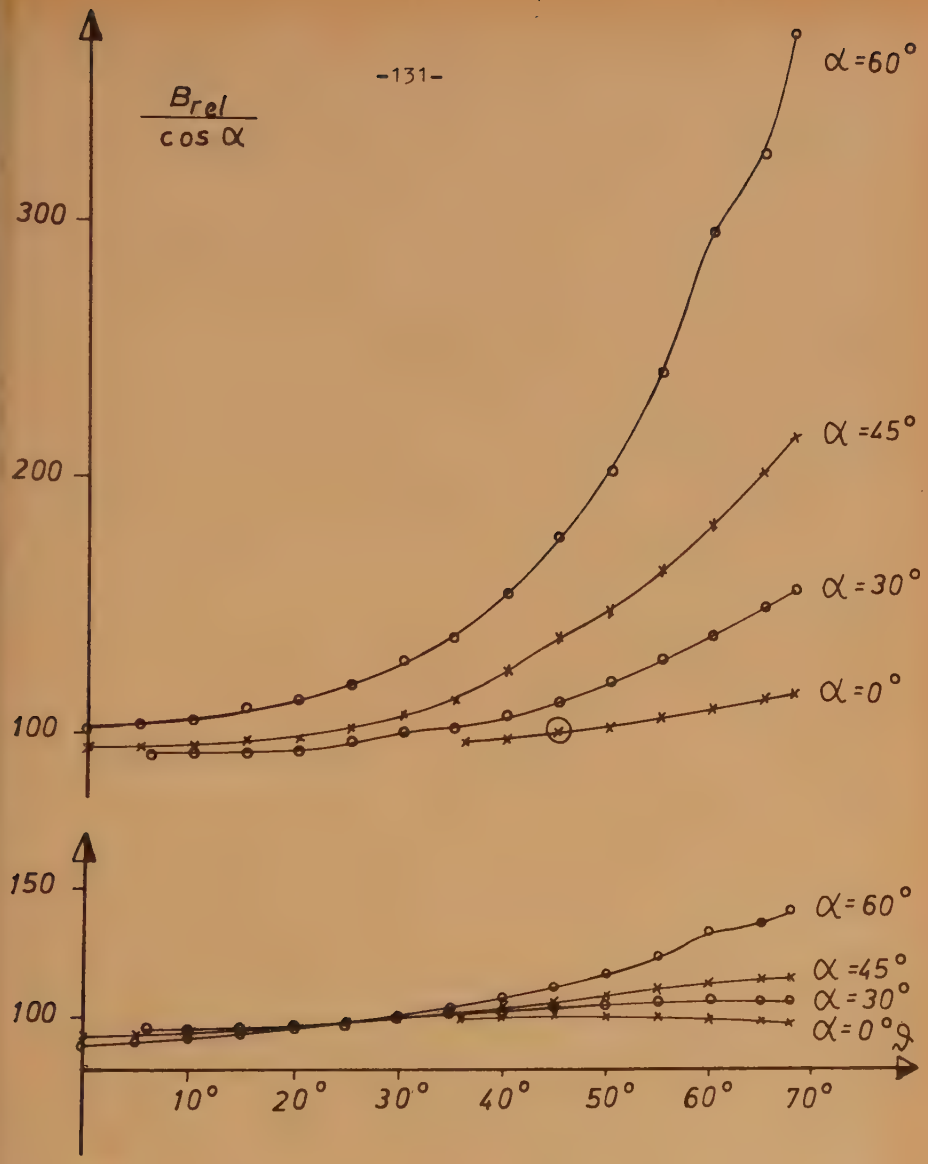


Abbildung H III 649 (unten) Naphtolgelb auf Aerosil, starke Anfärbung, außerhalb der Absorption.

Abbildung H III 401 (oben) Naphtolgelb auf Aerosil, starke Anfärbung, innerhalb der Absorption.

Tabelle E 450 $CuSO_4 \cdot 5H_2O$; R = 92,5 %

ϑ / α	0	10	20	30	40	45	50	60	65
0	-	-	-	-	95,2	94,3	93,3	92,6	91,8
5	-	-	-	-	95,3	94,8	93,7	93,2	92,2
10	-	-	-	97,0	95,7	95,0	94,7	94,0	93,5
15	-	-	-	97,9	96,6	96,2	95,4	95,2	94,7
20	-	-	100,8	98,5	97,9	97,4	96,6	96,6	97,0
25	-	-	100,0	100,3	99,2	98,9	98,3	98,8	99,4
30	-	99,5	100,0	102,1	100,8	100,5	100,5	101,0	101,9
35	-	99,7	100,1	102,2	103,3	103,1	102,8	104,0	104,6
40	100,0	100,0	100,8	102,5	106,9	106,1	105,8	107,8	108,8
45	100,0	100,0	101,1	102,8	107,1	110,3	110,3	112,0	113,6
50	100,0	99,9	101,3	103,7	107,7	111,0	116,2	118,2	121,4
55	100,0	99,9	101,4	103,9	108,4	111,7	116,8	128,0	132,3
60	99,0	99,5	101,2	104,2	109,7	113,1	119,2	142,8	149,1
65	97,3	98,1	100,0	103,9	109,8	114,6	121,2	148,2	178,2
68	95,0	95,4	98,4	102,8	109,7	115,1	122,3	152,0	183,4

Tabelle E 768 $CuSO_4 \cdot 5H_2O$; R = 19,5 %

ϑ / α	0	10	20	30	40	45	50	60	65
0	-	-	-	-	93,1	92,1	93,3	94,8	93,0
5	-	-	-	-	93,5	92,8	94,0	96,6	93,7
10	-	-	-	93,2	94,5	94,8	95,5	97,8	98,7
15	-	-	-	94,3	96,5	96,7	97,5	100,8	100,6
20	-	-	100,5	97,3	99,3	99,7	100,7	105,2	106,5
25	-	-	100,0	102,1	103,8	103,9	105,6	110,8	112,2
30	-	96,7	100,1	107,5	109,4	108,9	110,3	117,2	117,1
35	-	97,2	101,3	108,7	116,5	116,0	116,8	125,8	125,7
40	98,6	99,1	103,2	110,5	126,2	126,0	125,9	136,8	138,4
45	100,0	101,4	105,7	113,6	128,7	139,2	139,2	151,2	156,2
50	102,4	103,2	108,4	116,7	132,6	143,1	156,2	171,8	176,1
55	104,1	105,9	111,7	121,1	137,7	148,3	162,3	200,2	207,3
60	104,9	107,3	114,0	124,6	143,5	155,6	171,1	258,8	259,1
65	105,1	107,6	115,6	127,2	147,4	161,6	180,6	266,0	404,6
68	104,3	107,0	115,6	129,0	151,0	165,6	186,7	280,0	376,2

Tabelle F 649 Kaliumchromat; R = 97,2 %

φ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	91,4	90,8	90,2	89,1	88,0	85,9
5	-	-	-	-	92,8	92,2	91,9	90,2	90,0	88,0	86,6
10	-	-	-	94,7	94,4	93,5	93,3	92,1	91,0	90,0	89,0
15	-	-	-	95,4	95,2	94,3	93,9	93,3	92,7	92,0	89,9
20	-	-	97,9	97,0	97,2	96,1	96,2	95,1	94,1	94,0	91,8
25	-	-	78,3	98,6	98,4	97,6	97,9	96,8	96,9	96,0	94,7
30	-	98,9	99,4	100,1	100,3	99,2	99,8	99,6	99,0	100,0	98,4
35	-	99,5	100,0	101,6	102,5	102,1	102,1	102,7	101,8	102,0	101,8
40	99,6	99,9	101,1	103,1	104,6	104,7	104,9	105,8	105,5	106,0	106,0
45	100,0	101,1	102,2	104,2	105,7	107,0	108,9	109,2	111,2	112,0	112,6
50	100,0	101,5	102,7	105,8	107,4	109,7	110,9	113,9	115,6	118,0	119,5
55	100,0	101,5	103,6	106,2	109,4	111,0	113,1	116,7	122,0	126,0	129,7
60	99,8	100,8	103,0	106,5	109,6	112,3	116,0	119,8	126,2	136,0	142,9
65	98,4	99,7	102,3	106,2	109,7	112,8	117,4	122,9	131,8	144,0	161,6
68	97,0	99,5	102,2	106,0	109,4	112,8	118,8	124,5	135,3	150,0	171,3

Tabelle F 450 Kaliumchromat; R = 6,4 %

φ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	92,8	91,9	93,3	93,4	92,6	93,9
5	-	-	-	-	94,1	94,8	94,5	96,0	96,2	94,6	95,4
10	-	-	-	98,0	98,0	97,4	97,6	98,9	100,8	99,4	101,0
15	-	-	-	102,2	101,7	102,6	102,1	103,5	104,6	104,6	106,5
20	-	-	107,7	106,9	107,3	106,3	107,9	109,2	110,4	111,4	113,6
25	-	-	108,2	112,7	113,2	114,0	114,1	116,4	118,5	119,4	123,8
30	-	102,2	109,1	119,6	121,3	122,3	123,0	125,5	129,4	129,2	134,9
35	-	102,9	110,5	121,7	129,4	132,0	133,2	136,6	140,7	143,4	149,1
40	98,9	104,0	111,7	124,1	133,2	143,1	147,4	151,7	157,8	162,6	171,1
45	100,0	105,4	114,3	128,4	137,8	149,6	161,5	170,7	178,7	188,6	200,4
50	101,3	106,7	116,8	132,3	143,6	156,1	171,1	190,3	207,8	223,4	244,4
55	103,1	108,8	119,1	136,3	148,6	163,7	181,0	207,4	240,0	268,6	300,5
60	104,9	110,6	122,2	140,9	154,7	172,5	194,5	223,7	268,0	324,0	381,7
65	106,4	113,8	125,0	145,8	162,2	182,4	207,6	246,3	288,2	378,0	492,9
68	108,8	115,6	127,7	150,1	167,4	190,2	218,8	259,3	313,8	415,4	563,9

Tabelle F 401 Kaliumchromat; R = 5,2 %

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	94,0	93,3	93,3	94,8	96,0	96,1
5	-	-	-	-	97,7	94,0	96,2	95,8	97,6	97,6	98,4
10	-	-	-	104,4	102,1	99,2	100,1	99,6	101,8	103,6	104,1
15	-	-	-	110,9	107,4	104,4	105,8	105,8	106,7	110,4	113,6
20	-	-	119,4	116,4	115,7	112,8	113,1	112,0	113,7	116,0	121,2
25	-	-	119,4	125,2	122,1	122,7	122,2	121,3	124,8	128,0	132,0
30	-	106,8	119,2	134,0	134,0	131,9	135,8	133,8	138,1	139,2	142,9
35	-	106,4	119,2	135,3	145,5	146,7	148,8	151,8	154,8	158,8	165,6
40	100,0	107,2	119,2	137,6	150,4	162,1	169,7	172,4	179,2	184,8	195,0
45	100,0	108,9	120,0	140,9	152,6	170,2	190,1	201,6	211,3	221,6	235,7
50	101,8	110,1	123,4	144,1	158,7	177,0	203,6	230,9	253,1	272,0	293,4
55	104,0	112,9	127,7	149,2	165,8	185,4	215,0	254,5	300,6	340,0	374,8
60	106,2	114,7	131,3	155,2	171,9	193,7	231,9	273,8	337,5	416,0	496,9
65	108,0	117,8	134,7	161,7	182,6	208,9	248,9	304,9	378,7	494,4	641,7
68	108,8	121,0	136,6	166,3	190,4	219,3	260,2	319,8	414,2	540,0	738,3

Tabelle F 550 Kaliumchromat; R = 94,3 %

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	93,7	93,1	93,3	92,6	91,2	90,2
5	-	-	-	-	95,0	94,0	93,6	94,0	93,3	92,4	92,3
10	-	-	-	96,8	95,5	94,8	94,8	95,8	94,1	93,4	93,0
15	-	-	-	97,3	96,9	96,5	96,2	96,5	95,9	95,0	94,4
20	-	-	98,6	99,0	97,8	97,4	98,4	98,8	98,0	97,4	96,5
25	-	-	99,0	100,0	100,1	99,2	99,3	100,2	100,2	99,6	100,1
30	-	99,5	100,0	101,6	102,1	101,8	101,8	102,7	102,9	102,0	102,9
35	-	99,6	100,5	102,8	103,8	104,3	104,7	105,8	105,1	105,4	106,5
40	99,7	100,3	101,7	103,9	105,0	106,9	107,5	108,9	109,3	109,2	110,3
45	100,0	101,1	102,2	105,1	106,9	108,4	110,3	112,3	114,5	115,4	117,8
50	100,0	101,5	102,6	106,2	107,9	110,1	113,1	116,7	119,2	120,8	124,5
55	99,8	101,5	102,7	106,7	109,4	112,3	115,4	119,8	125,5	130,4	134,9
60	98,9	101,1	102,6	107,4	109,9	112,8	117,1	122,6	130,1	140,0	149,1
65	98,0	99,9	102,2	106,7	109,9	114,4	119,1	126,6	136,0	148,0	168,0
68	97,4	99,3	101,7	106,2	109,9	114,9	119,6	127,9	139,5	155,2	178,9

elle G Chromalaun; R(401)=36,2% R(450)=53 % R(500)=53% R(550)=36,2%
R(649)=62,9% R(768)=97,5%

401	450	500	550	649	768	401	450	500	550	649	768
α			0°					30°			
-	-	-	-	-	-	89,6	93,2	96,2	95,1	94,2	95,0
-	-	-	-	-	-	90,3	93,9	96,8	95,4	95,0	95,8
-	-	-	-	-	-	91,5	94,5	97,8	96,9	96,2	97,0
-	-	-	-	-	-	92,8	96,1	98,7	98,2	97,1	97,6
-	-	-	-	-	-	95,8	98,2	100,5	99,9	98,7	98,3
-	-	-	-	-	-	97,1	98,7	101,5	101,6	99,5	99,3
98,0	98,8	100,0	100,0	99,9	100,1	99,5	100,5	102,8	103,5	101,0	99,8
100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	102,8	102,8	103,9	104,7	101,7	100,0
101,7	101,5	100,3	100,6	100,0	99,6	106,2	105,1	105,9	106,8	103,7	100,5
103,6	102,8	100,2	101,6	100,1	98,7	110,2	107,7	107,4	109,0	104,7	100,3
106,0	103,3	100,0	102,0	100,1	97,5	113,4	109,7	108,5	111,5	105,1	100,1
108,0	104,8	99,2	102,0	99,9	95,2	118,2	112,4	109,4	113,2	105,1	99,2
α			45°					60°			
92,2	93,1	95,3	93,9	91,8	91,1	93,6	93,6	96,4	95,2	90,6	87,0
92,5	93,6	95,6	94,2	92,1	91,4	94,6	95,0	97,0	96,0	91,2	87,2
93,3	94,3	96,3	95,6	92,6	92,1	95,8	96,4	98,4	96,4	92,0	88,4
94,2	94,8	97,4	96,7	93,5	93,1	97,6	97,4	100,2	99,2	93,8	89,2
96,2	96,4	99,0	98,7	95,0	93,9	100,0	100,0	102,2	101,2	95,8	90,8
98,0	98,7	100,7	100,7	96,3	95,3	103,0	103,0	105,0	104,4	97,8	92,6
101,0	100,7	102,8	103,0	98,7	96,2	107,4	106,0	108,0	108,4	100,0	94,6
104,2	103,0	104,8	105,8	100,6	97,7	112,0	109,4	111,8	112,4	103,8	96,0
107,9	106,1	107,5	109,2	103,2	99,1	117,8	113,4	115,8	119,2	107,4	98,0
113,1	108,9	110,3	113,1	105,5	100,4	124,0	117,4	120,0	124,4	111,2	100,2
117,1	112,1	113,1	116,5	107,5	101,8	132,0	123,4	126,0	132,6	116,0	103,6
121,9	115,7	116,0	121,3	110,3	103,0	142,0	130,6	132,6	142,4	122,0	107,0
128,0	119,9	119,1	125,7	112,9	103,4	156,0	140,6	142,0	159,4	130,0	111,2
134,6	124,9	121,9	131,0	114,6	104,2	167,8	150,0	150,4	167,2	136,6	115,6

Tabelle H I 401 Naphtolgelb auf Aerosil; R = 61,2 %

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	93,2	92,2	92,7	91,9	92,0	92,3
5	-	-	-	-	93,3	93,2	92,2	92,7	92,4	92,4	92,5
10	-	-	-	94,0	93,3	93,2	92,6	93,3	92,9	93,0	93,5
15	-	-	-	94,0	93,5	93,5	93,5	94,1	93,6	94,4	93,9
20	-	-	96,0	94,3	94,2	94,5	94,3	95,5	95,2	95,8	96,5
25	-	-	96,0	95,4	95,0	95,4	95,5	96,8	97,6	98,0	98,9
30	-	97,2	96,3	96,5	95,9	96,9	97,3	98,6	99,9	100,4	102,5
35	-	97,4	97,3	97,2	97,9	98,8	99,3	100,8	102,9	103,6	105,5
40	99,3	98,5	97,9	98,2	99,4	101,8	101,7	104,2	106,9	108,6	111,5
45	100,0	99,1	99,0	99,8	101,2	103,5	106,5	108,4	110,9	114,2	118,3
50	100,6	100,1	100,4	102,0	103,1	106,3	108,9	113,4	117,0	120,6	125,4
55	101,4	100,8	101,8	103,9	106,3	109,1	112,1	117,8	124,8	129,0	136,1
60	101,6	101,4	102,9	105,8	108,4	112,1	115,7	122,3	130,1	142,8	150,3
65	101,4	101,5	103,3	107,3	110,7	115,1	120,5	127,4	137,0	150,0	175,8
68	101,1	101,1	103,2	107,5	111,6	116,6	122,9	130,7	141,9	155,8	180,8

Tabelle H IIa 401 Naphtolgelb auf Aerosil; R(401) = 45,5 %

ϑ/α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
0	-	-	-	-	-	92,7	91,9	91,9	91,0	90,4	89,9
5	-	-	-	-	92,8	92,7	91,9	92,6	91,0	91,0	90,4
10	-	-	-	92,4	92,8	92,7	93,1	93,3	92,1	92,0	91,3
15	-	-	-	92,4	93,0	93,7	93,5	94,4	93,8	93,2	94,2
20	-	-	95,6	93,5	94,2	94,3	95,5	96,5	95,2	96,0	95,6
25	-	-	95,0	94,7	95,5	96,6	96,6	98,8	98,0	100,0	100,3
30	-	96,1	95,8	97,1	97,7	98,4	99,0	101,7	101,6	104,0	104,4
35	-	97,2	96,4	98,0	101,3	101,0	102,0	105,5	105,0	108,0	110,7
40	99,3	97,7	97,9	99,7	102,5	107,1	106,9	108,9	111,6	114,8	118,3
45	100,0	99,5	100,0	101,8	105,0	108,4	113,4	115,1	117,5	122,2	127,1
50	100,7	101,0	102,3	105,3	108,4	112,3	116,5	126,0	125,5	132,0	138,4
55	102,0	102,0	104,1	108,5	112,3	117,0	121,6	129,4	143,0	144,2	153,6
60	102,8	103,1	105,6	111,3	116,1	120,6	127,3	135,3	146,4	175,6	176,1
65	101,2	101,5	104,6	112,0	118,2	125,1	132,9	143,3	155,7	176,8	241,4
68	98,0	98,1	100,7	109,0	118,4	124,8	133,5	146,9	161,1	184,0	235,7

belle H III 649 Naphtolgelb auf Aerosil; R = 93,3 %

α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
	-	-	-	-	-	93,1	93,1	91,6	90,7	89,2	88,7
	-	-	-	-	94,0	94,0	93,3	92,7	91,4	91,2	89,4
	-	-	-	95,1	94,7	94,1	93,8	93,3	93,1	92,0	89,9
	-	-	-	96,4	95,2	95,0	94,8	94,3	94,1	93,0	92,3
	-	-	97,6	97,0	96,2	96,6	96,4	96,5	95,9	95,2	94,7
	-	-	97,9	97,9	97,7	97,6	98,7	97,4	97,6	97,2	97,0
	-	98,5	98,3	99,3	99,6	99,2	99,3	99,6	100,8	100,0	100,1
	-	99,3	99,6	100,2	100,6	101,3	101,5	102,7	103,6	104,0	104,1
	99,6	99,5	100,2	101,6	102,5	102,7	102,8	105,3	105,8	107,2	108,8
	100,0	100,1	101,0	103,3	103,9	104,4	105,8	108,3	109,5	111,6	113,6
	100,0	101,0	101,9	103,9	105,5	107,1	107,5	111,7	114,4	116,0	119,5
	99,9	101,1	102,4	105,8	107,2	109,1	110,3	114,5	118,7	123,2	127,8
	99,2	100,4	102,2	106,0	107,7	110,2	113,1	117,6	122,2	132,0	137,2
	97,9	99,6	102,2	106,2	108,5	112,0	115,3	121,0	127,8	136,0	156,2
	96,8	98,9	101,3	106,0	108,9	112,3	115,7	122,9	130,8	140,8	158,5

belle H III 401 Naphtolgelb auf Aerosil; R = 9 %

α	0	10	20	30	35	40	45	50	55	60	65
	-	-	-	-	-	94,0	94,5	98,9	98,7	103,2	104,1
	-	-	-	-	91,8	94,0	94,5	98,3	99,0	104,0	104,1
	-	-	-	92,4	91,8	94,0	94,5	99,6	100,8	105,2	105,5
	-	-	-	92,1	92,8	94,3	96,2	99,6	103,6	110,4	112,6
	-	-	96,2	92,4	93,7	96,6	96,7	103,3	106,0	112,8	117,4
	-	-	94,5	96,3	97,2	99,2	101,3	107,0	111,6	118,8	125,4
	-	93,4	95,3	101,2	101,3	104,4	107,5	113,3	118,5	127,2	134,9
	-	93,4	97,9	101,6	106,9	110,2	112,6	122,7	127,3	137,6	148,1
	96,8	96,7	101,7	106,2	110,4	120,6	124,5	132,5	143,3	154,4	166,1
	100,0	100,5	106,4	111,3	116,7	126,6	138,0	149,3	161,4	176,0	190,3
	102,4	103,6	111,3	120,1	126,5	136,8	147,6	170,5	182,7	200,0	227,2
	105,6	109,7	118,8	128,4	136,7	150,4	164,0	186,7	216,2	240,0	272,6
	108,8	113,9	124,7	138,3	147,0	165,8	181,0	207,8	237,1	296,0	333,2
	112,4	117,8	132,0	148,3	161,1	182,2	202,5	236,5	276,1	327,2	447,7
	115,2	121,9	136,2	156,1	170,9	192,2	216,1	255,1	292,9	374,4	473,3

Die Abbildungen F 550 und F 649 zeigen, daß auch bei diesem Pulver außerhalb des Absorptionsgebietes die Abweichungen vom Lambertschen cos ϑ - Gesetz mit denen von nichtabsorbierenden Stoffen vergleichbar sind. Während die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven gegen größere Beobachtungswinkel leicht abfallen, steigen die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven dort an. Die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz beträgt für $\alpha = 60^\circ$ bei $\lambda = 649$ nm rund 62 %, bei $\lambda = 550$ nm etwa 64 %. Entsprechend dem geringen Preßdruck bei der Probenherstellung treten keine Glanzspitzen auf.

Aus den Abbildungen F 450 und F 401, bzw. aus den zugehörigen Tabellen, geht jedoch hervor, daß im Absorptionsgebiet auch bei kleinen Beobachtungswinkeln im Falle großer Einfallswinkel von einer Gültigkeit des Lambert-Gesetzes nicht mehr gesprochen werden kann. Charakteristischerweise steigen schon die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven mit wachsendem Beobachtungswinkel an; bei großen Einfallswinkeln wird der Anstieg wesentlich steiler; er beginnt schon bei kleinen Beobachtungswinkeln. Die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz beträgt für $\alpha = 60^\circ$ bei $\lambda = 450$ nm schon 323% und bei $\lambda = 401$ nm sogar 444% vom Bezugswert; bei $\alpha = 60^\circ$ und $\vartheta = 60^\circ$ ist also für $\lambda = 401$ nm die Flächenhelligkeit rund $5\frac{1}{2}$ - mal so groß wie im Bezugspunkt ($\alpha = 0^\circ$, $\vartheta = 45^\circ$), obwohl hier keine Glanzspitzen auftreten oder höchstens schwach angedeutet sind.
Obwohl sich das diffuse Reflexionsvermögen für $\lambda = 450$ nm und $\lambda = 401$ nm nur um 1,2 % unterscheiden, sind die Unterschiede zwischen den Meßkurven für beide Wellenlängen vor allem bei großen Einfallswinkeln deutlich.
Die Glanzzahlen nehmen mit wachsender Wellenlänge ab:
$\eta(401) = 1{,}302$; $\eta(450) = 1{,}202$ und $\eta(550) = 1{,}068$.

G. Messungen an Chromalaun.

An Chromalaun, welches kubisch kristallisiert, wurden Messungen bei $\lambda = 401$ nm, 450 nm, 500 nm, 550 nm, 649 nm und 768 nm ausgeführt. Bei $\lambda = 401$ nm und $\lambda = 550$ nm mißt man in unmittelbarer Nachbarschaft des Maximums der beiden schwachen Absorptions

banden; das diffuse Reflexionsvermögen beträgt in beiden Fällen etwa 36,2%. Bei λ = 450 nm und λ = 500 nm, also an zwei Stellen zwischen beiden Absorptionsbanden, beträgt das Reflexionsvermögen jeweils 53 %. Bei λ = 649 nm ist die Absorption schon etwas geringer; das Reflexionsvermögen beträgt hier 63,4 %, und bei λ = 768 nm befindet man sich bereits außerhalb des Absorptionsgebietes; das Reflexionsvermögen ist dementsprechend mit 97,5 % recht groß. Während in den Tabellen G 401 bis G 768 alle sechs Messungen angegeben sind, zeigen die Abbildungen G 401, G 649 und G 768 nur die drei unterschiedlichsten Fälle. Man erkennt auch hier, daß die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz umso größer werden, je stärker die Absorption ist. Während für λ = 401 nm, also im Absorptionsgebiet, die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven bereits ansteigen und die 60°-Kurve bereits 84,6 % Konstanz-Abweichung zeigt, fallen die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven für λ = 649 nm und erst recht für λ = 768 nm gegen größere Beobachtungswinkel leicht ab, und die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven steigen entsprechend weniger an; für α = 60° beträgt die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz bei λ = 649 nm etwa 50,6 % und für λ = 768 nm nur noch 29 %. Während die Kurven für λ = 401 nm noch nahezu getrennt verlaufen, indem jede zu einem größeren Einfallswinkel gehörige Kurve ganz oberhalb einer zu einem kleineren Einfallswinkel gehörigen verläuft, wenigstens für die gezeichneten Parameter α = 0°, 30°, 45° und 60°, überschneiden sich die Kurven außerhalb der Absorption, da die zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven nach unten rutschen. Für λ = 768 nm liegen die Schnittpunkte bei größeren Beobachtungswinkeln als für λ = 649 nm.

Obwohl das diffuse Reflexionsvermögen für λ = 550 nm und λ = 401 nm scheinbar gleichgroß ist und sich für λ = 500 nm und λ = 450 nm ebenfalls nicht unterscheidet, ist die Absorption an der jeweils kurzwelligeren Stelle dennoch größer, denn durch die Wellenlängenabhängigkeit des Streukoeffizienten werden die Absorptionskurven gegen das UV hin verflacht. Darauf mag es zurückzuführen sein, daß die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz jeweils bei der kürzeren Wellenlänge etwas

größer sind. Aus den G-Tabellen ist jedoch ersichtlich, daß die Kurven für λ = 550 nm, also in der Absorptionsbande, stärker ansteigen als bei λ = 500 nm oder λ = 450 nm. Die Größe der Abweichung vom cos ϑ - Gesetz nimmt also mit wachsender Absorption zu.

Die Glanzzahlen nehmen gegen Rot hin zu; sie haben folgende Werte: η (401)=1,026; η (450)=1,026; η (500)=1,027; η (550)=1,029; η (649)=1,053; η (768)=1,079.

H. Messungen an Naphtolgelb auf Aerosil.

An der am stärksten angefärbten Aerosil-Probe III wurden Messungen bei zwei Wellenlängen ausgeführt, bei λ = 401 nm und bei λ = 649 nm. Wie aus Abbildung 6 ersichtlich, hat Naphtolgelb eine Absorptionsbande mit einem Maximum bei etwa 470 nm und eine zweite mit einem Maximum bei etwa 380 nm; diese Banden liegen also etwas langwelliger als diejenigen von Kaliumchromat. Für λ = 401 nm wurde ein diffuses Reflexionsvermögen von etwa 9% gemessen, für λ = 649 nm ein solches von 93,3 %. Die Glanzzahlen betragen η (401)= 0,998 $\approx$ 1 und η (649)= 1,054.

Die Abbildungen H III 649 und H III 401 zeigen, daß auch in diesem Fall die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz außerhalb der Absorption relativ gering, im Absorptionsgebiet dagegen groß sind. Die Abweichung für $\alpha = 60^{\circ}$ beträgt für λ = 649 nm nur 51,6 %, für λ = 401 nm dagegen 271 % vom Bezugswert. Außerhalb des Absorptionsgebietes ist sie damit etwa gleich groß wie bei unangefärbtem Aerosil.

Auch bei dieser Probe liegen innerhalb der Absorption die zu großen Einfallswinkeln gehörigen Meßkurven schon im Bereich kleiner Beobachtungswinkel so hoch, daß es zu keiner Überschneidung kommt, während sich außerhalb der Absorption die Kurven bei etwa $\alpha = 30^{\circ}$ überschneiden. Während außerhalb der Absorption die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven gegen größere Beobachtungswinkel leicht fallen, steigen die entsprechenden Kurven innerhalb der Absorption, also bei λ = 401 nm, deutlich an. In der regulären Reflexionsrichtung sind Glanzspitzen schwach angedeutet.

Die aus schwacher angefärbtem Pulver bestehenden Proben II und I reflektieren bei λ = 401 nm noch 45,5 % bzw. 61,2 %. Wie aus den Abbildungen H II 401 und H I 401 ersichtlich, sind die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz bei H II kleiner als bei H III und bei H I wiederum kleiner als bei H II. Die Probe H IIa, welche für $\vartheta_e = 60^0$ eine kleine Glanzspitze zeigt, ist etwas stärker gepreßt worden als die Probe H IIb. Die Glanzzahlen für die Probe IIa sind: η (401)= 1,043 und η (649)= 1,073, diejenigen für die Probe H IIb η (401)=1,032 und η (649)= 1,065.

Bei allen drei Proben liegt das Überschneidungsgebiet der Meßkurven bei kleinen Beobachtungswinkeln, wenn man im Absorptionsgebiet bei λ = 401 nm mißt. Aus Messungen außerhalb der Absorption, nämlich bei λ = 649 nm, geht hervor, daß ähnlich wie bei der Probe H III die zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven tiefer rutschen, sodaß das Überschneidungsgebiet der Kurven gegen größere Beobachtungswinkel hin verschoben ist.

21. Diskussion der Meßergebnisse im Zusammenhang.

Die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz sind außerhalb der Absorptionsgebiete bei allen vier Pulvern vergleichbar mit denen, die für nichtabsorbierende Stoffe gefunden wurden. Auch der fallende Verlauf der zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven und die tiefe Lage der zu großen Einfallswinkeln gehörigen Kurven im Gebiet kleiner Beobachtungswinkel, sowie deren steigende Tendenz, die zu einem Überschneiden der Kurven führt, stimmen mit den Beobachtungen an nichtabsorbierenden Stoffen überein. Innerhalb der Absorption nehmen die Abweichungen vom cos ϑ-Gesetz zu. Diese Zunahme ist offenbar umso größer, je stärker die Absorption ist. Dies geht daraus hervor, daß beim Kaliumchromat, das am stärksten absorbiert, wie aus der Abbildung 6 ersichtlich ist, die gemessenen Abweichungen am größten sind. Außerdem werden bei ein und demselben Pulver die Abweichungen umso größer, je weiter man an das Absorptionsbanden-Maximum herangeht. Ferner nehmen beim angefärbten Aerosil diese Abweichungen mit der Stärke der Anfärbung zu; sie sind an derselben Stelle des Absorptionsgebietes für die Proben H II größer als

[illegible] Stoffe ohne Absorptionsbanden im Sichtbaren

für H I, für H III größer als für die H II-Proben. Die Zunahme dieser Abweichungen mit wachsender Absorption ist wesentlich größer als die, welche bei weißen Stoffen durch unterschiedliche Probenherstellung erreicht wurde.

Je stärker die Absorption ist, umso höher liegen die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven im Gebiet kleiner Beobachtungswinkel, so daß sich das Überschneidungsgebiet der Kurven zu kleineren Beobachtungswinkeln hin verschiebt, bei genügend starker Absorption tritt keine Überschneidung der Kurven mehr auf.
Die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven fallen umso weniger gegen größere Beobachtungswinkel hin ab, je stärker die Absorption ist. Bei genügend starker Absorption steigen auch sie mit dem Beobachtungswinkel an.

Allgemein nimmt mit wachsender Absorption der Fresnel-Anstieg der Meßkurven zu.

22. Theoretische Deutung der Meßergebnisse.

Im Falle der Absorption werden die Fresnelschen Gleichungen für $\rho_p(i)$ und $\rho_s(i)$ komplex. Die reellen Funktionen $|\rho|^2(i) = \frac{1}{2}\,(\,|\rho_p|^2(i) + |\rho_s|^2(i)\,)$ sind nach den Formeln (13) und (14) zu berechnen. Wollte man Funktionen $G_{n,\alpha}(\vartheta)$ auch für absorbierende Stoffe berechnen, um den Einfluß regulärer Flächenhelligkeitsanteile abzuschätzen, so wäre hierzu die Kenntnis der Brechzahl n und des Absorptionsindexes K im Absorptionsgebiet nötig. Leider sind, von ganz wenigen Ausnahmen abgesehen, solche Brechzahlen und Absorptionsindices nicht bekannt. Die wenigen Messungen, die an Metallen ausgeführt worden sind, brachten Ergebnisse, deren Genauigkeit sehr zu wünschen übrig läßt. Sie sind außerdem durch Fremdstoff-Schichten auf den Oberflächen stark verfälscht. Für schwächer absorbierende Stoffe, etwa für die hier interessierenden farbigen nichtmetallischen Kristalle sind, von Fuchsin und Cyanin abgesehen, noch fast gar keine Brechzahlen und Absorptionsindices im Absorptionsgebiet gemessen, weil alle bekannten Meßmethoden bei kleinen K-Werten versagen.

Im Falle fehlender Absorption ließen sich die Abweichungen

vom cos ϑ - Gesetz auf reguläre Remissionsanteile zurückführen. Soll dies auch im Falle von Absorption geschehen, so muß man wegen der größeren Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz annehmen, daß die nach (13) und (14) berechneten Funktionen $|\varrho(i)|^2$, die von n und K abhängen, schneller mit dem Winkel anwachsen, die entsprechenden Kurven infolgedessen steiler sind als die nach (10) berechneten Fresnel-Kurven. Das reguläre Reflexionsvermögen $|\varrho(0)|^2$ eines Kristallpulverkorns ist für sehr große K -Werte nahe bei 1, denn für sehr große K -Werte ist die gleichzeitig auftretende Brechzahländerung im Absorptionsgebiet fast ohne Einfluß auf $|\varrho(0)|^2$. Bei mittelgroßen K-Werten, wie sie etwa bei Kaliumchromat auftreten, ist allerdings diese Änderung der Brechzahl zu beachten. Für solche Fälle ist, eben wegen der Unkenntnis von n und K, das reguläre Reflexionsvermögen $|\varrho(\lambda)|^2$ nicht bekannt. Für die Abweichung vom cos ϑ - Gesetz, die durch reguläre Remissionsanteile verursacht werden, kommt es aber auch nicht primär auf die Größe des regulären Reflexionsvermögens an. Entscheidend ist vielmehr der goniometrische Verlauf der $|\varrho(\frac{\alpha+\vartheta}{2})|^2$-Kurven. Bei den untersuchten nichtabsorbierenden Stoffen war dieser Verlauf für Rutil am konstantesten, für Aerosil am inkonstantesten. Obwohl also reguläre Remissionsanteile die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz verursachen, zeigt Rutil mit dem größten regulären Reflexionsvermögen die geringsten Abweichungen von diesem Gesetz.

Für die vier berechneten Fälle ergaben sich stets monoton steigende Funktionen $|\varrho(i)|^2$, obwohl bekanntlich bei fehlender Absorption $|\varrho_p(i)|^2$ von $|\varrho_p(0)|^2$ bis zum Brewsterschen Winkel i_p=arc tg n auf Null abfällt. Offenbar steigt $|\varrho_s(i)|^2$ schneller als $|\varrho_p(i)|^2$ fällt, so daß das arithmetische Mittel $|\varrho(i)|^2$ monoton ansteigt. Bei großer Brechzahl ist der monotone Anstieg von $|\varrho(i)|^2$ langsam, ja für $n > 3{,}732$ kann $|\varrho(i)|^2$ sogar stellenweise fallen.[1)]
Im Falle von Absorption fällt $|\varrho_p(i)|^2$ nicht auf Null ab, sondern durchläuft lediglich bei einem gewissen Winkel i_0 ein von Null verschiedenes Minimum, welches umso fla-

1) Cl.Schäfer, Einführung in die theor.Phys. III 1, 399

cher wird, je stärker die Absorption ist. Es kommt nun darauf an, wie groß i_0 ist und wieweit das Minimum $|\rho_p(i_0)|^2$ unter dem ebenfalls mit wachsender Absorption veränderlichen Anfangswert dieser Funktion, also $|\rho_p(0)|^2$, liegt. Es läßt sich vermuten, daß mit zunehmender Absorption der Anteil $|\rho_p(i)|^2$ an $|\rho(i)|^2$ bis zum Minimum immer weniger abfällt. Dadurch könnte jedenfalls verursacht werden, daß $|\rho(i)|^2$ stärker ansteigt, die Fresnel-Kurve also etwas steiler wird. Nach früheren Überlegungen würde die reguläre Flächenhelligkeit und durch ihre Beimischung auch die beobachtete gesamte Flächenhelligkeit in diesem Falle schon ab kleineren Beobachtungswinkeln und damit insgesamt mehr ansteigen. Damit würden die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz umso größer, je weiter man an das Maximum einer Absorptionsbande herangeht. Ob die Vermutung zutrifft, kann jedoch nur eine Berechnung von $|\rho_p|^2$ und $|\rho_s|^2$ bzw. von $|\rho|^2$ zeigen.

23. Zusammenfassung der Ergebnisse für absorbierende Stoffe.

1) Außerhalb der Absorption zeigen farbige Pulver Flächenhelligkeitskurven, die sich von denen nichtabsorbierender Stoffe nicht wesentlich unterscheiden. Wie bei diesen fallen die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven von mittelgroßen Beobachtungswinkeln an leicht ab, während die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen dort ansteigen. Die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz sind etwa so groß wie bei nichtabsorbierenden Stoffen.

2) Im Absorptionsgebiet steigen alle Flächenhelligkeitskurven farbiger Pulver stärker mit dem Beobachtungswinkel an als außerhalb, und zwar umso mehr, je stärker die Absorption ist, d.h. je näher am Maximum der Absorptionsbande man mißt. Bei genügend starker Absorption steigen auch die zu kleinen Einfallswinkeln gehörigen Kurven mit wachsendem Beobachtungswinkel an. Die zu größeren Einfallswinkeln gehörigen Kurven beginnen höher, so daß sich keine Kurvenüberschneidung mehr ergibt. Die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz sind wesentlich größer als bei nichtabsorbierenden Stoffen, bei starker Absorption kann die Flächenhelligkeit bei großen

Einfalls- und Beobachtungswinkeln ein Mehrfaches des Vergleichswertes betragen. Die Konstanzabweichung der relativen Flächenhelligkeit beginnt bereits bei kleinen Beobachtungswinkeln.

3) Die Messungen zeigen starke Materialabhängigkeit. Die Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz innerhalb der Absorption werden umso größer, je stärkere Absorptionsbanden der untersuchte Stoff besitzt. Sie sind bei Chromalaun und Kupfersulfat kleiner als beim stark mit Naphtolgelb angefärbten Aerosil, am größten bei Kaliumchromat.

4) Die Abweichungen vom Lambertschen cos ϑ - Gesetz können ebenfalls auf reguläre Remissionsanteile zurückgeführt werden. Diese Anteile können gegenüber weißen Stoffen stärkere Abweichungen von der Konstanz der Flächenhelligkeit bewirken, wenn die Fresnel-Kurven unter dem Einfluß zunehmender K-Werte rascher monoton ansteigen. Dieser Sachverhalt müßte durch Rechnung nachgeprüft werden.

24. Schlußresultat.

Die Remission an matten Oberflächen gepreßter Pulver gehorcht in keinem Fall exakt dem Lambert-Gesetz. Die Größe der beobachteten Abweichungen vom cos ϑ - Gesetz hängt von der Art der Probenzubereitung, aber auch vom Material, ab. Farbige Pulver zeigen außerhalb ihres Absorptionsgebietes etwa gleichgroße Abweichungen wie weiße Pulver. Innerhalb der Absorption sind die Abweichungen jedoch erheblich größer, sie nehmen mit wachsender Absorption stark zu. Die Abweichungen werden ferner umso größer, je größer der Einfallswinkel ist, jedenfalls solange der Schatteneffekt nicht dominiert, was bei rauhen Oberflächen jedoch zutrifft.

Die Bouguersche Vorstellung, man könne die diffuse Remission auf reguläre Reflexionen an Elementarspiegeln zurückführen, trifft weder für eine ideal diffuse Remission noch für die beobachtete, real diffuse Remission zu. Für nicht zu rauhe Oberflächen ist es jedoch möglich, die beobachteten Abweichungen vom Lambertschen Emanationsgesetz auf reguläre Remissionsanteile zurückzuführen. Diese resultieren aus einem Oberflächeneffekt, der der Remission aus dem Pulvervolumen überlagert ist. Die regulären Remissionsanteile können mit der Bouguerschen Elementarspiegelhypothese und den Fresnelschen Formeln erfaßt werden. Nach der Fresnelschen Gleichung hängen die regulären Reflexionsanteile von der materialspezifischen Brechzahl und im Absorptionsgebiet zusätzlich vom materialspezifischen Absorptionsindex ab. Die Beobachtung, daß die Abweichungen mit wachsender Absorption größer werden, kann evtl. darauf zurückgeführt werden, daß die Fresnelschen Kurven mit wachsender Absorption rascher mit dem Winkel ansteigen.

Die Bouguer-Hypothese erlaubt es somit, gerade die Abweichungen vom Lambert-Gesetz und den hierbei beobachtbaren Materialeinfluß wenigstens qualitativ zu verstehen.

Lebenslauf

Am 15.3.1938 wurde ich in Bautzen (Sachsen) geboren. Dort ging ich von 1944-47 zur Volksschule.

Nach der Übersiedlung meiner Eltern, des Mechanikers Alfred Hamm und seiner Ehefrau Margarete, geb. Kern, nach Reutlingen, besuchte ich die vierte Klasse der Volksschule Betzingen.

1948 trat ich ins Johannes-Kepler-Gymnasium in Reutlingen ein und machte 1957 dort das Abitur.

Im Sommersemester 1957 begann ich das Studium der Physik an der TH Stuttgart. Zwei Jahre später wechselte ich an die Eberhard-Karls-Universität Tübingen. Im Juli 1961 bestand ich die Diplom-Vorprüfung in Physik. Meine Diplomarbeit über das Thema "Berechnung der Kenngrößen eines Zwischenverzögerers bei starker Verzögerung" führte ich unter der Anleitung von Professor Dr. F. Lenz, dem Ordinarius für Theoretische Elektronenphysik, aus. Im November 1965 legte ich die Diplomprüfung in Physik ab.

Am 24. Juni 1965 schloß ich die Ehe mit Fräulein Ingeborg Gärtner. Wir haben zusammen eine Tochter.

Die vorliegende Doktorarbeit führte ich von April 1966 bis Dezember 1968 unter der Anleitung von Professor Dr.G. Kortüm im Institut für Physikalische Chemie aus.

Meine akademische Ausbildung verdanke ich folgenden Herren Professoren und Dozenten:

An der TH Stuttgart:
In Physik: Kneser, Dehlinger, Grammel, Kulpp, Dosse, Wolf
In Mathematik: Lösch, Schulz, Beck
In Chemie: Goubeau

An der Universität Tübingen:
In Physik: Krüger, Möllenstedt, Braunbek, Lenz, Elwert, Mack, Tischner, Schüler, Tröger, Mühleisen, Breitling
In Mathematik: Kneser, M.Müller, Wielandt, Zeller, Roquette, Huppert, Tillmann, Stoll, Gaier
In Chemie: Rüdorff, E.Müller, Bues
In Physikalischer Chemie: Kortüm.

Druckbüro Frau Elly HUTH, 74 Tübingen